



# Modélisation d'écoulements atmosphériques stratifiés par Large-Eddy Simulation à l'aide de Code\_Saturne

Cédric Dall'Ozzo

## ► To cite this version:

Cédric Dall'Ozzo. Modélisation d'écoulements atmosphériques stratifiés par Large-Eddy Simulation à l'aide de Code\_Saturne. Sciences de la Terre. Université Paris-Est, 2013. Français. NNT : 2013PEST1026 . pastel-00861196

**HAL Id: pastel-00861196**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00861196>**

Submitted on 12 Sep 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Modélisation d'écoulements atmosphériques  
stratifiés par Large-Eddy Simulation à l'aide de  
Code\_Saturne

Dall'Ozzo Cédric

18 juillet 2013



La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : Rien ne fonctionne... et personne ne sait pourquoi !

Albert Einstein



## Résumé :

La modélisation par simulation des grandes échelles (Large-Eddy Simulation - LES) des processus physiques régissant la couche limite atmosphérique (CLA) demeure complexe de part la difficulté des modèles à capter l'évolution de la turbulence entre différentes conditions de stratification. De ce fait, l'étude LES du cycle diurne complet de la CLA comprenant des situations convectives la journée et des conditions stables la nuit est très peu documentée. La simulation de la couche limite stable où la turbulence est faible, intermittente et qui est caractérisée par des structures turbulentes de petite taille est tout particulièrement compliquée. En conséquence, la capacité de la LES à bien reproduire les conditions météorologiques de la CLA, notamment en situation stable, est étudiée à l'aide du code de mécanique des fluides développé par EDF R&D, Code\_Saturne.

Dans une première étude, le modèle LES est validé sur un cas de couche limite convective quasi-stationnaire sur terrain homogène. L'influence des modèles sous-maille de Smagorinsky, Germano-Lilly, Wong-Lilly et WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) ainsi que la sensibilité aux méthodes de paramétrisation sur les champs moyens, les flux et les variances est discutées.

Dans une seconde étude le cycle diurne complet de la CLA pendant la campagne de mesure Wangara est modélisé. L'écart aux mesures étant faible le jour, ce travail se concentre sur les difficultés rencontrées la nuit à bien modéliser la couche limite stable. L'impact de différents modèles sous-maille ainsi que la sensibilité au coefficient de Smagorinsky ont été analysés. Par l'intermédiaire d'un couplage radiatif réalisé en LES, les répercussions du rayonnement infrarouge et solaire sur le jet de basse couche nocturne et le gradient thermique près de la surface sont exposées. De plus l'adaptation de la résolution du domaine à l'intensité de la turbulence et la forte stabilité atmosphérique durant l'expérience Wangara sont commentées. Enfin un examen des oscillations numériques inhérentes à Code\_Saturne est réalisé afin d'en limiter les effets.

Mots-clés : Modélisation atmosphérique, Couche limite atmosphérique, Large-Eddy Simulation, Couche limite stable, Turbulence, Modèle sous-maille.



## Large-eddy simulation of stratified atmospheric flows with the CFD code Code\_Saturne

### Abstract :

Large-eddy simulation (LES) of the physical processes in the atmospheric boundary layer (ABL) remains a complex subject. LES models have difficulties to capture the evolution of the turbulence in different conditions of stratification. Consequently, LES of the whole diurnal cycle of the ABL including convective situations in daytime and stable situations in the nighttime is seldom documented. The simulation of the stable atmospheric boundary layer which is characterized by small eddies and by weak and sporadic turbulence is especially difficult. Therefore the LES ability to well reproduce real meteorological conditions, particularly in stable situations, is studied with the CFD code developed by EDF R&D, Code\_Saturne.

The first study consists in validating LES on a quasi-steady state convective case with homogeneous terrain. The influence of the subgrid-scale models (Smagorinsky model, Germano-Lilly model, Wong-Lilly model and Wall-Adapting Local Eddy-viscosity model) and the sensitivity to the parametrization method on the mean fields, flux and variances are discussed.

In a second study, the diurnal cycle of the ABL during Wangara experiment is simulated. The deviation from the measurement is weak during the day, so this work is focused on the difficulties met during the night to simulate the stable atmospheric boundary layer. The impact of the different subgrid-scale models and the sensitivity to the Smagorinsky constant are analysed. By coupling radiative forcing with LES, the consequences of infra-red and solar radiation on the nocturnal low level jet and on thermal gradient, close to the surface, are exposed. Moreover, enhancement of the domain resolution to the turbulence intensity and the strong atmospheric stability during the Wangara experiment are analysed. Finally, a study of the numerical oscillations inherent to Code\_Saturne is realized in order to decrease their effects.

**Keywords :** Atmospheric modeling, Atmospheric boundary layer, Large-Eddy Simulation, Stable atmospheric boundary layer, Turbulence, Subgrid-scale models.

Á Momo



## Remerciements :

Voici la dernière page écrite de ce manuscrit, sûrement celle qui sera la plus lue et qui j'espère sera la plus compréhensible (*si si vous n'avez pas encore lu la suite*) !

Je voudrais, en premier lieu, remercier Bertrand Carissimo et Maya Milliez pour m'avoir prodigué de nombreux conseils avisés et pour leur grande compétence scientifique dont ils ont su me faire profiter. Je voudrais également et tout particulièrement remercier Luc Musson-Genon, Eric Dupont, Richard Howard et Sofiane Benhamadouche pour le suivi minutieux de ce travail et leurs différentes recommandations, physiques et numériques, sans lesquelles cette thèse n'aurait pas pu aboutir.

Merci à Pierre Sagaut, Chantal Staquet, Sylvain Dupont, Dominique Laurence et Isabelle Calmet d'avoir accepté de faire parti du jury. C'est un grand honneur pour moi que d'avoir pu associer ces scientifiques reconnus à mon travail de thèse.

Merci à Christian Seigneur et Laurent Martin de m'avoir accueilli au sein du Centre d'Enseignement et de Recherche en Environnement Atmosphérique (CEREA) et du groupe Météorologie Appliquée et Environnement Atmosphérique d'EDF R&D pour effectuer ce doctorat.

Puis je souhaite remercier les soutiens de l'ombre, discrets mais au combien indispensables, qui permettent chaque jour de rendre une thèse un peu plus agréable.

La première personne à qui je pense est Céline que je voudrais remercier pour m'avoir accompagné durant cette grande aventure de trois ans, pour la confiance qu'elle m'a accordé au quotidien ainsi que, par avance, pour le petit garçon qu'elle va bientôt m'offrir.

Je voudrais remercier ma famille et mes amis de longue date Antoine, Ségo, Santiago, Ilyona, Ludo, Caro et Aurel pour les nombreux apéros/diners qui ont rythmé cette thèse !

Enfin, je remercie les personnes m'ayant accompagné durant cette thèse à EDF et au CEREA : Julien (le cabris des Pyrénées), Christophe (chaussin aux pommes), Laurent (Samir mon co-bureau), Raphaël (le coureur infatigable), Venki (my little indian), Lucie, Yannick, Sébastien, Fanny, Eve, Yongfeng, Virginie, Max, Marie G., Jon, Xiaojing, Denis, Laurent D, Noemie, Xiao, Eric, Dominique, Hanane, Ali, Stephanie, Marie B., Viviane, Sylvie, Anne, Chantal, Véronique, Nicolas...

Merci encore à tous.







# Table des matières

1	Introduction	20
2	Micro-météorologie et modélisation atmosphérique	28
2.1	Les écoulements moyens	28
2.1.1	Le bilan de masse	28
2.1.2	L'hypothèse anélastique	29
2.1.3	Le bilan de quantité de mouvement	29
2.1.4	Le bilan de chaleur	30
2.2	Les écoulements turbulents	30
2.2.1	La décomposition de Reynolds	31
2.2.2	Les moyennes de Reynolds	31
2.2.3	Les équations de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents	31
2.2.4	La conservation de la chaleur	32
2.2.5	Les fermetures turbulentes	32
2.2.6	L'approximation de Boussinesq	33
2.3	Les spécificités liées à la modélisation de la couche limite atmosphérique	35
2.3.1	Évolution de la couche limite au cours d'un cycle diurne	36
2.4	Paramétrisation de la couche limite atmosphérique	38
2.4.1	La couche limite de surface	38
2.4.2	La théorie de similitude	38
2.4.2.1	Cas neutre	39
2.4.2.2	Cas stratifié : la théorie de similitude de Monin-Obukhov	39
2.4.2.3	Cas stratifié : la paramétrisation de Louis	42
3	Large-Eddy Simulation (LES)	44
3.1	Les relations fondamentales de la LES	46



---

3.2	Les modèles sous-maille en LES . . . . .	51
3.2.1	Les modèles non-dynamiques . . . . .	51
3.2.1.1	Le modèle de Smagorinsky (1963). . . . .	51
3.2.1.2	Le modèle de Deardor (1980). . . . .	53
3.2.1.3	Le modèle de Sullivan et al. (1994). . . . .	55
3.2.1.4	Le modèle de Brown et al. (1994). . . . .	57
3.2.1.5	Le modèle WALE de Nicoud-Ducros (1999). . . . .	58
3.2.2	Les modèles dynamiques . . . . .	59
3.2.2.1	Le modèle de Germano et al. (1991) . . . . .	59
3.2.2.2	Le modèle de Germano-Lilly (1992). . . . .	63
3.2.2.3	Le modèle de Wong-Lilly (1994). . . . .	65
3.2.2.4	Le modèle LASDD de Porté-Agel et al. (2000). . . . .	67
3.2.3	Bilan et choix des modèles sous-maille . . . . .	70
4	Code_Saturne . . . . .	71
4.1	Le module atmosphérique . . . . .	72
4.2	Schémas numériques de Code_Saturne . . . . .	72
4.2.1	Algorithme SIMPLEC . . . . .	72
4.2.2	Discretisation spatiale . . . . .	74
4.3	Les conditions limites. . . . .	74
4.4	La méthode d'initialisation Synthetic Eddy Method . . . . .	75
5	Validation par la simulation d'une couche limite convective . . . . .	77
5.1	Contexte et description de la simulation étudiée . . . . .	77
5.1.1	Maillage et discrétisation temporelle de la simulation. . . . .	78
5.1.2	Les conditions limites . . . . .	78
5.1.3	Les conditions initiales. . . . .	79
5.2	Validation du code . . . . .	81
5.3	Comparaisons de différentes paramétrisations de couche de surface. . . . .	87
5.4	Comparaisons de différents modèles sous-maille . . . . .	91
5.5	Les champs instantanés . . . . .	97
5.6	Modification de la stabilité dans Code_Saturne. . . . .	102
5.7	Bilan de l'étude de validation . . . . .	102

6	Modélisation LES du cycle diurne de l'expérience Wangara	104
6.1	Objectifs de l'étude	104
6.2	L'expérience Wangara	105
6.2.1	Description de l'expérience	105
6.2.2	Les spéci cités liées à la modélisation de la couche atmosphérique stable	106
6.2.2.1	Le jet de basse couche	106
6.2.2.2	LES transitoire entre une atmosphère convective et stable	108
6.3	Simulation numérique LES avec Code_Saturne	109
6.4	Résultats LES sur le cas Wangara avec le modèle de Smagorinsky	112
6.4.1	Le jour	112
6.4.2	La nuit	113
6.5	Comparaison de l'in uence des di érents modèles sous-maille	115
6.5.1	Les résultats le jour en situation convective	115
6.5.2	Les résultats la nuit en situation stable	120
6.5.3	Conclusions	128
6.6	E ets du rayonnement radiatif	129
6.6.1	Forçage Radiatif	129
6.6.2	Couplage Radiatif	135
6.7	Études de sensibilité	148
6.7.1	Les méthodes de paramétrisation et la rugosité	148
6.7.2	Le coe cient de Smagorinsky	150
6.7.3	Sensibilité au maillage	153
6.8	Modélisation LES d'écoulements atmosphériques moins stables	160
6.9	Oscillations numériques	170
6.9.1	Sensibilité des oscillations à la constante de Smagorinsky	171
6.9.2	La méthode SEM	172
6.9.3	Impacts des maillages sur les oscillations	173
6.9.3.1	Les di érentes résolutions	173
6.9.3.2	Les maillages tétraédriques	174
6.9.4	La décomposition de la pression	177
6.9.5	Autres tests de sensibilité	181
6.9.6	Simulation d'un canal plan	181

---

7	Conclusion et perspectives	183
8	Annexes	189
8.1	L'étude du brouillard de Nakanishi (2000) . . . . .	189
8.2	Comparaisons des viscosités turbulentes sous-maille . . . . .	192
8.3	Evolution des oscillations au cours du temps . . . . .	193
8.4	Résultats de la simulation du cas Wangara à l'aide d'un maillage tétra- édrique . . . . .	194

## Nomenclature

$C_{ij}$	Tenseur des contraintes croisées
$C_p$	Capacité calorifique
$C_s$	Constante de Smagorinsky
$e$	Énergie cinétique turbulente
$\epsilon$	Taux de dissipation
$F_{vd}$	Fonction d'amortissement de Van-Driest
$f_c$	Paramètre de Coriolis
$g$	Accélération de la pesanteur
$k$	Nombre d'onde
$L$	Échelle caractéristique de longueur
$L_{ij}$	Tenseur de Léonard
$L_t$	Échelle intégrale
$l_t$	Échelle de Kolmogorov
$L_{mo}$	Longueur de Monin-Obukhov
$P$	Pression
$Pr_t$	Nombre de Prandtl turbulent
$Q_0$	Flux de chaleur à la surface
$R$	Constante des gaz parfaits
$R_i$	Nombre de Richardson
$R_{ij}$	Tenseur de Reynolds
$Re$	Nombre de Reynolds
$Re_c$	Nombre de Reynolds critique
$S_{ij}$	Tenseur des taux de déformation
$U$	Échelle caractéristique de vitesse
$U_t$	Échelle caractéristique de vitesse à l'échelle intégrale
$u_t$	Échelle caractéristique de vitesse à l'échelle de Kolmogorov

---

$u_*$	Vitesse de frottement
$u_g, v_g$	Composante du vent géostrophique
$w_*$	Échelle de vitesse convective
$z_0$	Rugosité
$z_{0m}$	Rugosité dynamique
$z_{0h}$	Rugosité thermique
$\Theta$	Température potentielle
$\Theta_l$	Température potentielle liquide
$\Theta_*$	Température potentielle de frottement
$\nu$	Viscosité cinématique
$\nu_t$	Viscosité turbulente sous-maille
$\nu_t$	Viscosité turbulente sous-maille thermique
$\nu_{eff}$	Viscosité effective
$\rho$	Masse volumique
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\lambda$	Conductibilité thermique moléculaire
$\lambda_t$	Conductibilité thermique turbulente
$\kappa$	Constante de von Karman
$\mu$	Viscosité dynamique
$\zeta$	Indice de stabilité
$\phi_m, \psi_m$	Fonctions de Monin-Obukhov (Dynamique)
$\phi_h, \psi_h$	Fonctions de Monin-Obukhov (Thermique)
$\overline{\Delta}, \widetilde{\Delta}$	Longueurs de coupure caractéristiques des filtres LES

---

$\tau_{ij}, T_{ij}$	Tenseurs des contraintes sous-maille
$\tau_{\Theta i}, T_{\Theta i}$	Tenseurs sous-maille thermiques
$\tau_{qvi}$	Tenseur sous-maille pour le contenu en vapeur d'eau
$F$	Flux radiatif
$F_{sol}$	Flux radiatif solaire
$F_{ir}$	Flux radiatif infrarouge
$A_{rad}$	Absorption
$B_{rad}$	Émission d'un corps noir
$q_w$	Contenu en eau total
$q_v$	Contenu en vapeur d'eau
$q_l$	Contenu en eau liquide
$N_c$	Nombre de gouttelette
$\langle \rangle$	Moyenne horizontale
$u, v, w$	Composantes du vecteur vitesse
$\square_i, \square_j, \square_k$	Indices relatifs aux directions suivant x, y et z
CASES_99	Cooperative Atmosphere-Surface Exchange Study
CFD	Computational Fluid Dynamics
GABLS	Global Energy and Water Cycle Experiment Atmospheric Boundary Layer Study
LASDD	Locally Averaged Scale-Dependent Dynamic
LES	Large-Eddy Simulation
RANS	Reynolds Average Navier Stokes
SABLES 98	Stable Atmospheric Boundary Layer Experiment in Spain
SIRTA	Site Instrumental de Recherche par Télédétection Atmosphérique
WALE	Wall-Adapting Local Eddy-viscosity



# Chapitre 1

## Introduction

### Contexte

La compréhension des processus physiques régissant l'atmosphère se révèle depuis longtemps être un enjeu majeur.

Les événements de mars 2011, suite à l'accident nucléaire de Fukushima au Japon, ont mis en évidence la nécessité de comprendre et prévoir l'évolution des écoulements atmosphériques. Cette catastrophe, par son ampleur et sa dangerosité, a permis de souligner l'importance d'estimer au mieux les conditions météorologiques et la dispersion des éléments radioactifs pour protéger les populations.

Un autre exemple récent allant dans ce sens est l'éruption du volcan Eyjafjallajökull, le 14 avril 2010 en Islande. Cet événement a causé la dispersion d'un important panache de poussières et a paralysé le trafic aérien européen, pour cause de sécurité, pendant près d'une semaine provoquant des dommages financiers considérables.

Enfin concernant le domaine de l'énergie, dans le cadre des objectifs européens encadrés par le protocole de Kyoto ratifié en 1997, l'Europe s'est engagée à produire au moins 20% d'énergies renouvelables d'ici 2020. A l'échelle nationale, les différents Grenelles de l'environnement ont fixé à 23% la part d'énergie qui devra provenir d'énergies renouvelables à l'horizon 2020. De ce fait on a pu assister en 2012 à différents appels d'offre pour l'implantation de 6 000 MW d'éolien on shore sur les côtes atlantiques françaises. L'évaluation du potentiel éolien des différents sites concernés est alors essentielle et ne peut être décorélée d'une estimation précise des conditions atmosphériques. Ainsi par le biais de ces trois faits marquants de l'actualité nous observons qu'il est primordial de



continuer d'explorer la dynamique de l'atmosphère et de travailler à l'amélioration des outils dont nous disposons pour en accroître les performances.

### La turbulence

Les écoulements atmosphériques sont fortement turbulents c'est à dire qu'ils sont caractérisés par un nombre de Reynolds ( $Re$ ) très important. En effet si on considère qu'en moyenne la viscosité cinématique de l'air est  $\nu = 1.10^{-5} \text{ m}^2.s^{-1}$ , que l'échelle caractéristique ( $L$ ) de notre système est définie par la hauteur de couche limite dont l'ordre de grandeur est  $L = 1000 \text{ m}$  et que la vitesse caractéristique des écoulements est  $U = 10 \text{ m.s}^{-1}$  on a, par définition, un nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{UL}{\nu} = 1.10^9 \quad (1.1)$$

La valeur critique du nombre de Reynolds ( $Re_c$ ) traduisant le passage d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent étant d'environ  $Re_c = 2000$  nous pouvons affirmer que les écoulements atmosphériques sont très fortement turbulents !

La turbulence se traduit en chaque point de l'atmosphère par des fluctuations de vitesse, de pression et de température qui évoluent de manière chaotique dans le temps. Cependant il existe, pour les écoulements atmosphériques, une cohérence spatio-temporelle qui se traduit par l'apparition de tourbillons. L'œuvre de Vincent van Gogh *The Starry Night* de 1889 (Fig. 1.1) est une belle illustration de la turbulence atmosphérique et de ses tourbillons.

Les structures cohérentes sont responsables de la majeure partie de la production d'énergie turbulente dans l'atmosphère. Au cours du temps, les grands tourbillons se désagrègent en structures de plus en plus petites, d'énergie de moins en moins importante. Ce mécanisme est appelé la cascade de Kolmogorov (Fig. 2). La théorie de Kolmogorov (1941) Pope, 2000 décrit la manière dont les grandes structures, de taille et de vitesse caractéristiques respectives, nommée l'échelle intégrale et  $U_t$ , se divisent. Elles perdent de l'énergie turbulente au profit de tourbillons plus petits jusqu'à atteindre une taille minimum,  $l_t$ , nommée l'échelle de Kolmogorov, de vitesse caractéristique  $u_t$ . Le transfert d'énergie des grandes structures cohérentes vers les petites s'effectue à un taux de dissipation  $\epsilon$ . Au delà de l'échelle de Kolmogorov ce sont les effets de viscosité qui dissipent l'énergie turbulente du système.



FIGURE 1.1 *"The Starry Night"* de Vincent van Gogh exposé au Museum of Modern Art de New York (1889).

Les plus petites échelles sont caractérisées par la première hypothèse de Kolmogorov qui relie  $l_t$  et  $u_t$  aux seuls paramètres qui sont la viscosité  $\nu$  et le taux de dissipation  $\epsilon$  :

$$l_t = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (1.2)$$

$$u_t = (\epsilon \nu)^{1/4} \quad (1.3)$$

L'échelle caractéristique de vitesse des grandes structures de taille  $l_t$  n'est exprimée qu'en fonction de  $\epsilon$  et indépendamment de  $\nu$ . Ceci constitue la seconde hypothèse de Kolmogorov :

$$u(l) = (\epsilon l)^{1/3} \quad (1.4)$$

De plus la théorie de Kolmogorov relie les petites échelles aux grandes par l'intermé-

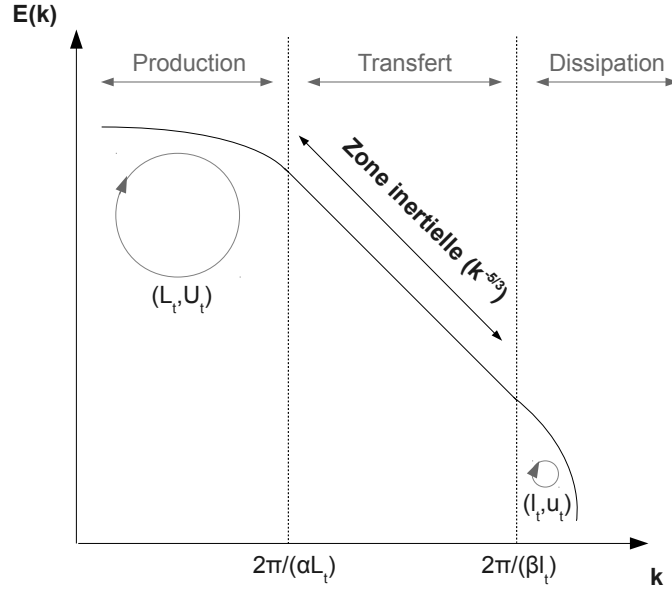


FIGURE 1.2 La cascade d'énergie ( $E$ ) en fonction du nombre d'onde ( $k$ ) de la théorie de Kolmogorov.  $U_t$  et  $u_t$  représentent les échelles de vitesse respectivement à l'échelle intégrale  $L_t$  et à l'échelle de Kolmogorov  $l_t$ .  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux facteurs d'échelle.

diaire du nombre de Reynolds :

$$\frac{l_t}{L_t} \sim Re^{-3/4} \quad (1.5)$$

$$\frac{u_t}{U_t} \sim Re^{-1/4} \quad (1.6)$$

Pour chaque tourbillon de longueur  $l$  on peut définir un nombre d'onde  $k = 2\pi/l$  et un spectre d'énergie  $E(k)$ . L'ensemble de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation du domaine s'expriment de la manière suivante :

$$e = \int_0^\infty E(k) dk \quad (1.7)$$

$$\epsilon = \int_0^\infty 2\nu k^2 E(k) dk \quad (1.8)$$

Il est important de noter que l'évolution du spectre d'énergie dans la zone inertielle de la cascade d'énergie de Kolmogorov ( $l_t < l < \frac{1}{6}L_t$ ), i.e. dans la zone de transfert d'énergie des grandes structures vers les petites structures, s'exprime par  $E(k) = \varsigma \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$  où  $\varsigma$  définit une constante universelle (Fig.1.2).

Toute cette théorie a été mise sous forme d'un poème par Richardson en 1920 [Richardson, 1920] :

Big whorls have little whorls,  
Which feed on their velocity;  
And little whorls have lesser whorls,  
And so on to viscosity.

### Large-Eddy Simulation :

La simulation des grandes échelles (Large-Eddy Simulation - LES) est une méthode qui a pour finalité de modéliser les écoulements turbulents. Elle consiste à résoudre explicitement les grands tourbillons responsables de la production d'énergie et de modéliser les effets dissipatifs des petites structures, discriminées à l'aide d'un filtre, par un modèle sous-maille. La LES est un procédé plus réaliste que les modèles RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) classiquement utilisés pour les simulations numériques en mécanique des fluides mais elle nécessite des ressources informatiques bien plus importantes. Joseph Smagorinsky, en 1963, est le premier à évoquer la LES dans ses travaux en météorologie [Smagorinsky, 1963]. Depuis, cette méthode est très largement utilisée dans l'industrie et la recherche. La LES est employée dans de très nombreux secteurs tels que l'aéronautique pour des problèmes d'aérodynamisme [Yu et al., 2010] [Forsythe et al., 2004], la médecine pour étudier la faisabilité de prothèses de valves pour le cœur [Cristallo et al., 2009], la biologie pour étudier les mécanismes de vol des oiseaux et la nage des poissons [Cristallo et al., 2009]...

### Large-Eddy Simulation appliquée aux écoulements atmosphériques :

Dans cette thèse, la LES est appliquée à la simulation des écoulements atmosphériques afin de mieux comprendre les processus physiques régissant l'évolution de la couche limite planétaire. La couche limite atmosphérique est généralement et schématiquement décrite, en ciel clair, comme ayant deux états distincts : le jour, convectif, où les forces de instabilité sont responsables, de manière prédominante, de la production de la turbulence thermique et la nuit, stable, où, au contraire, la turbulence est régie par un subtil équilibre entre les forces de cisaillement du vent, de instabilité et de viscosité [Stull, 1988]. Les premières simulations LES de la couche limite atmo-

sphérique ont été effectuées au cours des années soixante-dix par Deardorff [Deardorff, 1970, 1972, 1974a, 1974b, 1980]. Depuis de nombreux autres travaux ont été réalisés avec succès sur la partie convective de la couche limite atmosphérique [Moeng, 1984], [Mason, 1989], [Schmidt and Schumann, 1989], [Sykes and Henn, 1989], [Nieuwstadt et al., 1992], [Khanna and Brasseur, 1997], [Lewellen and Lewellen, 1998], [Sullivan et al., 1999], [Albertson and Parlange, 1999a]. De plus ces simulations sont peu sensibles aux modèles sous-maille utilisés du fait que la couche limite convective est caractérisée par de larges structures turbulentes. Ces grands tourbillons dominent les écoulements et, étant plus grands que la taille du filtre, sont résolus explicitement par le code.

De même de nombreux auteurs ont étudié la couche limite en stratification neutre : [Mason and Thomson, 1987], [Andrén et al., 1994], [Moeng and Sullivan, 1994], [Lin et al., 1996], [Kosovi  , 1997], [Porté-Agel et al., 2000], [Esau, 2004], [Bou-Zeid et al., 2005], [Chow et al., 2005], [Stoll and Porté-Agel, 2006], [Drobinski et al., 2007] et [Anderson et al., 2007].

Le nombre de références bibliographiques traitant de la couche limite atmosphérique stable caractérisée par des structures turbulentes de très petite taille est bien plus modeste. Les premiers essais de modélisation LES d'une couche limite stable ont été réalisés par [Mason and Derbyshire, 1990]. D'autres ont suivi : [Brown et al., 1994], [Andrén, 1995], [Kosovi   and Curry, 2000], [Porté-Agel et al., 2000], [Saiki et al., 2000], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Beare et al., 2006], [Cuxart et al., 2006] et [Stoll and Porté-Agel, 2006]. Mais, pour la plupart, ils étudient soit des   tats stables quasi-stationnaires soit des cas modérément, voir faiblement, stables. Les tourbillons deviennent de plus en plus petits lorsqu'on augmente la stabilité ce qui peut justifier le choix des précédents auteurs de ne simuler qu'uniquement des cas où la dimension des tourbillons reste importante. Ces simulations ont mis en avant différents problèmes durant la simulation des situations stables. [Mason and Derbyshire, 1990] par exemple, ont rencontré de nombreux problèmes pour reproduire des flux turbulents adéquats alors que [Saiki et al., 2000] ont montré la production d'ondes inattendues au milieu de leur domaine qu'ils interpr  t  rent comme étant des artefacts numériques. De plus [Beare et al., 2006] sur l'expérience GABLS (Global Energy and Water Cycle Experiment Atmospheric Boundary Layer Study [Holtslag, 2003]), ont mis en évidence la disparité des résultats suivant les modèles sous-maille utilisés et ont étudié la dépendance des simulations à la résolution.

Seuls [Brown et al., 2002], [Duynerkerke, 2004], [Kumar et al., 2006], [Basu et al., 2006] et [Vinuesa et al., 2008] traitent de la modélisation d'un cycle diurne complet

de la couche limite atmosphérique sur l'ensemble des situations convectives et stables durant 24h. Cependant [Brown et al., 2004](#) ne rapportent pas leurs résultats la nuit, se focalisant sur l'évolution des cumulus et [Duykerke, 2004](#) ne traite que de situations très faiblement stables. [Kumar et al., 2006](#), à l'aide d'un modèle LES lagrangien, réalisent une simulation sur 24h de l'expérience HATS (Horizontal Array Turbulence Study [Horst et al., 2004](#)). [Basu et al., 2008](#), pour leurs parts, accomplissent la modélisation LES de la campagne de mesures Wanganui [Clarke et al., 1971](#). [Vinuesa et al., 2008](#), dans des conditions similaires, procèdent sur cette même expérience, à un cas de dispersion du Radon ( $Rn^{222}$ ). Les simulations d'un cycle diurne se révèlent délicates du fait qu'elles exigent, la journée, un domaine assez grand pour capter les grandes structures turbulentes de la période convective et de résolution assez fine pour résoudre, la nuit, les petits tourbillons de la période stable. De plus, capter correctement l'évolution des champs moyens, des flux et des variances considérant la transition jour-nuit reste un challenge pour la recherche atmosphérique dont les applications sont nombreuses : brouillard, dispersion, simulations en milieu urbain, sillage des éoliennes...

La capacité à reproduire, numériquement, la dispersion de rejets radioactifs, suite à un hypothétique accident nucléaire, constitue un exemple concret de l'intérêt que peut porter une entreprise comme EDF pour l'étude de la couche limite atmosphérique. Ainsi l'amélioration des procédés de modélisation reste un enjeu important pour des questions de sûreté ou de qualité de l'air. Ce type d'événement peut durer pendant plusieurs journées sur une succession de situations stables et instables. L'étude de la dispersion sur le site de la centrale nucléaire de Flamanville ([Fig. 3](#)), représente un exemple des motivations principales, à long terme, de ce travail. De ce fait, cette thèse traite de la modélisation LES de l'évolution des écoulements turbulents dans la couche limite atmosphérique lors d'un cycle diurne avec Code\_Saturne [Aichambeau et al., 2004](#), un code numérique de mécanique des fluides (CFD) adapté à l'atmosphère et supportant des géométries complexes, explicitement prise en compte dans un maillage non structuré.

Après le rappel des équations régissant la physique des écoulements turbulents dans l'atmosphère (Chapitre 2), je décris différents modèles sous-maille (chapitre 3) et le modèle de CFD Code\_Saturne utilisé pour les simulations (chapitre 4). Puis je présente la validation du modèle et la comparaison de différents modèles sous-maille sur un cas de couche limite convective (chapitre 5), étude préliminaire à la modélisation d'un cycle diurne complet s'appuyant sur la campagne de mesures Wanganui [Clarke et al., 1971](#)



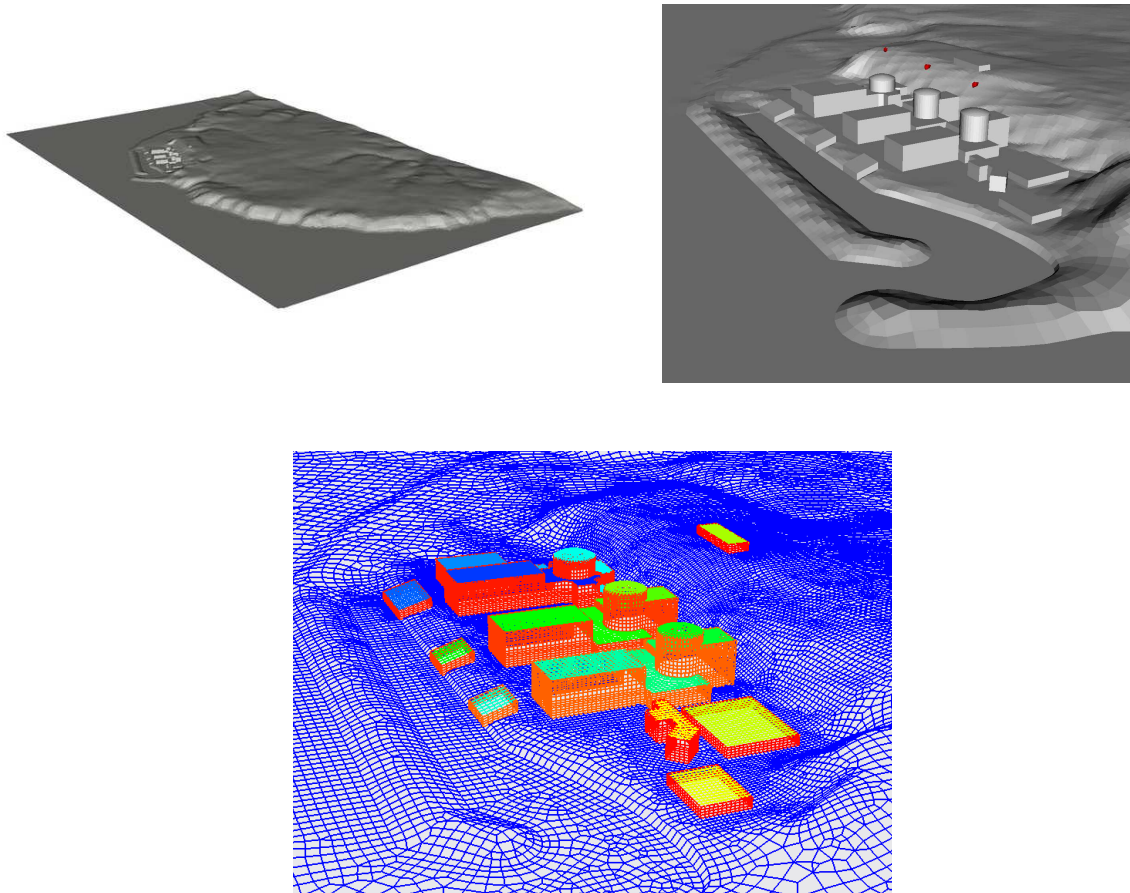


FIGURE 1.3 *Maillage complexe non-structuré de la centrale nucléaire de Flamanville en Basse-Normandie, réalisé pour une étude de dispersion atmosphérique faite dans le cadre de la construction du nouvel EPR. À terme la LES doit pouvoir être utilisée avec ce type de maillage et pour toutes les conditions météorologiques.*

(chapitre 6). Lors de cette étude d'un cycle diurne je me suis intéressé aux différents types de stabilité et à l'influence de différents paramètres physiques dont le rayonnement atmosphérique. En fin de chapitre 7 conclut ce travail et en présente les perspectives.

## Chapitre 2

# Micro-météorologie et modélisation atmosphérique

L'évolution spatiale et temporelle de la couche limite atmosphérique peut être formalisée à l'aide de différentes équations de la mécanique des fluides décrivant le bilan des forces exercées sur une parcelle d'air. Ainsi, les équations de la dynamique et de la thermodynamique de l'atmosphère, à micro-échelle, vont être présentées dans ce chapitre.

### 2.1 Les écoulements moyens

Dans cette partie, les différentes équations régissant les écoulements moyens dans la couche limite atmosphérique seront détaillées.

#### 2.1.1 Le bilan de masse

Pour tout fluide compressible, l'équation de continuité faisant le bilan de masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

$\rho$  représente la masse volumique de l'air et  $u_i$  les composantes de la vitesse du vent.



### 2.1.2 L'hypothèse anélastique

L'hypothèse anélastique permet de conserver l'aspect compressible des écoulements tout en éliminant les ondes acoustiques ( $\partial\rho/\partial t = 0$ ). L'équation de continuité alors modifiée devient :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

### 2.1.3 Le bilan de quantité de mouvement

Le bilan de la quantité de mouvement est décrit par les équations de Navier-Stokes, basées sur le bilan de toutes les forces agissant sur une masse d'air atmosphérique :

$$\underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial t}}_1 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j)}_2 = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}}_3 + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right]}_4 - \underbrace{g \delta_{i3}}_5 \quad (2.3)$$

Avec :

- 1 : Terme d'inertie
- 2 : Terme d'advection (ou de convection)
- 3 : Terme tenant compte de la force due au gradient de pression
- 4 : Tenseur des contraintes visqueuses
- 5 : Terme de gravité ( $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ )

La viscosité cinématique  $\nu$  est définie à partir de la viscosité dynamique  $\mu$  de la manière suivante :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.4)$$

$S_{ij}$  est introduit comme étant le tenseur des taux de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.5)$$

Considérant que l'air est un fluide newtonien on peut définir le tenseur des contraintes visqueuses comme étant proportionnel au tenseur des taux de déformation :

$$\nu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] = \nu \left[ 2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.6)$$

Pour un cas incompressible ( $\partial u_i / \partial x_i = 0$ ) les équations de Navier-Stokes (2.3) se résument à :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2.7)$$

### 2.1.4 Le bilan de chaleur

La différence de température entre le sol et l'air est à l'origine d'échanges de chaleur près de la surface. Il en résulte des ascendances ou des subsidences de parcelles d'air dans l'atmosphère. Ces mouvements au sein de la couche limite, du fait qu'ils sont rapides et que l'air est un mauvais conducteur thermique, peuvent être considérés comme adiabatiques. Pour tenir compte des variations de stabilité et de stabilité, tout en considérant l'isentropie des déplacements d'air, on utilise comme variable thermodynamique, la température potentielle  $\Theta$ .

La température potentielle définit la température qu'aurait une parcelle d'air ramenée adiabatiquement à 1000 hPa. Elle permet ainsi d'étudier les variations de température de l'atmosphère en s'abstrayant des changements de température induits par les variations de pression. Elle s'écrit :

$$\Theta = T \left( \frac{P_0}{P} \right)^{R/C_p} \quad (2.8)$$

Avec  $R$  la constante des gaz parfaits et  $C_p$  la capacité calorifique à pression constante.

La conservation de la chaleur s'écrit alors :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} \right) + S_\Theta \quad (2.9)$$

Avec  $\lambda$  la conductivité thermique moléculaire et  $S_\Theta$  un terme source thermique, comme par exemple les divergences de flux radiatifs, les flux de chaleur sensible (échanges convectifs) ou les flux de chaleur latente (changements de phase).

## 2.2 Les écoulements turbulents

Comme présenté dans l'introduction (Chapitre 1) les écoulements atmosphériques sont fortement turbulents. Afin de déterminer les équations des écoulements moyens

tout en tenant compte de l'agitation turbulente, chaque variable, dans les équations de Navier-Stokes, est dissociée en une composante moyenne et une composante turbulente. Puis, les termes dus aux effets turbulents sont estimés par l'intermédiaire d'une fermeture turbulente.

### 2.2.1 La décomposition de Reynolds

La décomposition de Reynolds est généralement présentée pour introduire la notion de turbulence en décomposant une variable prise à l'instant  $t$  en une somme comprenant un terme moyen  $\bar{X}$  et un terme de fluctuation turbulente  $X'$  qui, contrairement au premier, est de fréquence élevée et de plus forte amplitude :

$$X = \bar{X} + X' \quad (2.10)$$

### 2.2.2 Les moyennes de Reynolds

Les moyennes de Reynolds, à l'origine des modèles RANS, respectent quelques propriétés remarquables. Soit  $C$  une constante,  $X$  et  $Y$  deux variables :

$$\overline{X + Y} = \bar{X} + \bar{Y} \quad (2.11)$$

$$\overline{XY} = \bar{X} \bar{Y} + \overline{X'Y'} \quad (2.12)$$

$$\bar{C} = C \quad (2.13)$$

$$\overline{CX} = C\bar{X} \quad (2.14)$$

$$\overline{X'} = 0 \quad (2.15)$$

### 2.2.3 Les équations de Navier-Stokes pour les écoulements turbulents

Si l'on remplace, en tenant compte de la décomposition de Reynolds, par son équivalent  $\bar{u}_i + u'_i$  dans un premier temps et si on moyenne l'ensemble des équations de Navier-Stokes dans un deuxième temps, on obtient les équations de Reynolds [1989] :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - g \delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (2.17)$$

Avec :

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.18)$$

Le terme  $\overline{u'_i u'_j}$  correspond au tenseur de Reynolds représentant la part turbulente de l'écoulement.

L'énergie cinétique turbulente moyenne  $\bar{e}$  est définie par la relation :

$$\bar{e} = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (2.19)$$

## 2.2.4 La conservation de la chaleur

De même la substitution de  $\Theta$  par  $\bar{\Theta} + \Theta'$  amène à la relation de conservation de la chaleur suivante :

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \overline{u_j \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j}} = \frac{1}{\bar{\rho} C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} - \bar{\rho} C_p \overline{u'_j \Theta'} \right) + \overline{S_\Theta} \quad (2.20)$$

Où  $\bar{\rho} C_p \overline{u'_j \Theta'}$  est le flux de chaleur turbulent.

## 2.2.5 Les fermetures turbulentes

L'utilisation des moyennes de Reynolds fait apparaître des termes de flux turbulents du second ordre tels que  $\overline{u'_j \Theta'}$  et  $\overline{u'_i u'_j}$ . La détermination de ces termes par des équations ferait intervenir des équations contenant des termes du troisième ordre et ainsi de suite, chaque terme d'ordre  $n$  induisant un terme d'ordre  $n+1$ . Ceci montre la nécessité de fermer l'équation et donc de paramétrer les termes de flux d'ordre 2. Ainsi, un des exemples de fermeture les plus souvent utilisés consiste à paramétrer les termes de flux par la méthode des gradients [Fope, 2000](#) :

Pour  $\overline{u'_i u'_j}$  :

$$\overline{u'_i u'_j} = -\nu_t \left[ \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.21)$$

$$= -2\nu_t \overline{S_{ij}} + \frac{2}{3} \nu_t \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.22)$$

Cette égalité est fondée sur l'hypothèse de viscosité turbulente introduite par Boussinesq qui définit un rapport de proportionnalité entre le tenseur des contraintes de Reynolds  $\overline{u'_i u'_j}$  et le tenseur des taux de déformation  $\overline{S_{ij}}$ . Il définit alors la notion de viscosité turbulente  $\nu_t$  représentant le facteur de proportionnalité entre les deux tenseurs.

Et, de manière similaire, pour  $\overline{u'_j \Theta'}$  :

$$\overline{u'_j \Theta'} = -\frac{\lambda_t}{C_p \bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad (2.23)$$

Avec  $\lambda_t$  la conductivité thermique turbulente.

La conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie s'exprime alors :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \nu_t) \left( 2\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{\bar{\rho} C_p} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\lambda + \lambda_t) \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \right) + \bar{S}_\Theta \quad (2.25)$$

La somme de la viscosité dynamique et de la viscosité turbulente  $\nu_t$  est appelée viscosité effective  $\nu_{eff}$  :

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \quad (2.26)$$

## 2.2.6 L'approximation de Boussinesq

L'approximation de Boussinesq consiste à modéliser la flottabilité en négligeant les variations de  $\rho$  dans les équations de Navier-Stokes hormis dans le terme de gravité sur la verticale [Stull, 1988](#) :

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.27)$$

Ainsi, en considérant que  $\rho = \bar{\rho}$  excepté dans le terme de flottabilité où la masse volumique est décomposée en  $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ , les équations de Navier-Stokes se réécrivent :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{(\bar{\rho} + \rho')}{\bar{\rho}} g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\mu}{\bar{\rho}} \left( 2\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (2.28)$$

En se concentrant sur le terme de flottabilité, il apparaît que le rapport de masse volumique s'écrit :

$$\frac{\bar{\rho} + \rho'}{\bar{\rho}} g \delta_{i3} = \left( 1 + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \right) g \delta_{i3} \quad (2.29)$$

Le terme  $\rho'/\bar{\rho}$  lui ne peut pas être négligé et doit être pris en compte dans le calcul de la flottabilité. La variation de masse volumique avec l'altitude est donc ici, bien pris en considération.

Les rapports de masses volumiques peuvent être substitués par ceux des températures potentielles [Stull, 1988]. Pour cela, considérons l'équation d'état  $P/R = \rho T$ . Après décomposition de Reynolds cette relation s'écrit :

$$\frac{\bar{P}}{R} + \frac{P'}{R} = \bar{\rho} \bar{T} + \bar{\rho} T' + \rho' \bar{T} + \rho' T' \quad (2.30)$$

Et en moyennant, cette relation devient :

$$\frac{\bar{P}}{R} = \bar{\rho} \bar{T} + \overline{\rho' T'} \quad (2.31)$$

Le terme des fluctuations  $\overline{\rho' T'}$  étant négligeable devant les autres termes moyens [Stull, 1988, Mahrt, 1986], l'équation moyennée devient alors :

$$\bar{P}/R = \bar{\rho} \bar{T} \quad (2.32)$$

En remplaçant  $\bar{P}/R$  dans (2.30) :

$$\frac{P'}{R} = \bar{\rho} T' + \rho' \bar{T} + \rho' T' \quad (2.33)$$

Et on divise (2.33) par (2.32) :

$$\frac{P'}{\bar{P}} = \frac{\bar{\rho} T'}{\bar{\rho} \bar{T}} + \frac{\rho' \bar{T}}{\bar{\rho} \bar{T}} + \frac{\rho' T'}{\bar{\rho} \bar{T}} \quad (2.34)$$

De même le terme  $(\rho' T')/(\bar{\rho} \bar{T})$  et  $P'/\bar{P}$  peuvent être, à leur tour, négligés devant les autres termes de l'équation. On obtient alors une relation directe entre le rapport de masse volumique, de température et par conséquent, à l'aide de l'équation de Poisson  $\bar{\Theta} + \Theta' = (\bar{T} + T') \left( \frac{P_0}{\bar{P} + P'} \right)^{\gamma/C_p}$ , de température potentielle :

$$\frac{\rho'}{\bar{\rho}} \simeq -\frac{T'}{\bar{T}} \simeq -\frac{\Theta'}{\bar{\Theta}} \quad (2.35)$$

Considérant cette dernière égalité, le terme de flottabilité dans les équations de Navier-Stokes s'écrit :

$$\left(1 + \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right) g \delta_{i3} = \left(1 - \frac{\Theta'}{\bar{\Theta}}\right) g \delta_{i3} \quad (2.36)$$

Les équations de Navier-Stokes (17), sous l'approximation de Boussinesq, deviennent alors :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \left(1 - \frac{\Theta'}{\bar{\Theta}}\right) g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left(2\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (2.37)$$

Si la masse volumique est constante  $\rho = \rho_0$  on a :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \left(1 - \frac{\Theta'}{\bar{\Theta}_0}\right) g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left(2\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (2.38)$$

Avec  $\bar{\Theta}_0$  la température potentielle de référence qui est souvent assimilée à la température potentielle de surface.

Deux solutions sont alors possibles, la précédente avec  $\rho_0$  ou la suivante, considérant les variations de masse volumique :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \left(1 - \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right) g \delta_{i3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \left(2\bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij}\right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (2.39)$$

## 2.3 Les spécificités liées à la modélisation de la couche limite atmosphérique

La couche limite atmosphérique représente la partie basse de la troposphère, lieu de l'interaction entre le sol et l'atmosphère. Dans la couche limite atmosphérique siège une

turbulence d'origine thermique et dynamique liée aux échanges avec la surface terrestre. Sa hauteur est fortement variable avec le temps et la situation géographique et peut aller de 100m à 2000m environ. En ciel clair, l'évolution de la couche limite, régie par des processus physiques évoluant au cours du cycle diurne, comprend deux grandes phases : la période de jour, convective, et celle de nuit, stable (Fig.2.1 (a)).

### 2.3.1 Évolution de la couche limite au cours d'un cycle diurne

La couche limite convective (Fig.2.1 (b)) est caractérisée par une température au sol plus importante que celle de l'air se trouvant au-dessus. Lorsque le soleil se lève, le sol commence à se réchauffer sous l'action du rayonnement. Ce réchauffement provoque une instabilité thermique responsable du mélange atmosphérique : les couches d'air, proches de la surface, chauffées par le sol, deviennent plus chaudes que celles situées au-dessus et il en résulte un gradient de température potentielle négatif. L'air chaud étant plus léger que l'air froid, la couche devient instable et provoque une force de flottabilité positive. Au-dessus de cette petite zone instable se trouve la couche de mélange où le gradient de température potentielle est quasi nul. Le nom de cette couche provient de l'action mêlée du cisaillement du vent et des forces de flottabilité d'origine thermique qui effectuent un important brassage des écoulements. Les forces de flottabilité sont ici dominantes et génèrent l'essentiel de la turbulence. Au sommet de la couche convective est observée une courbure brutale du gradient de température potentielle qui devient positif. Il en résulte une inversion du signe de la force de flottabilité et donc le blocage des masses d'air ascendantes. Cette inversion de température potentielle est souvent considérée comme étant la marque du sommet de la couche limite en journée. Au-delà de la couche de mélange se trouve l'atmosphère libre dont la structure thermique est en moyenne plutôt stable et où, par conséquent, les masses d'air froid se trouvent au-dessous des masses d'air chaud.

La couche limite stable (Fig.2.1 (b)) est caractérisée par une température au sol inférieure à celle de l'air se trouvant au-dessus. Ici, le sol refroidit l'air près de la surface. Le transfert de chaleur s'effectue donc de la couche stable vers le sol. Il en résulte un gradient de température potentielle positif : les masses d'air froid se trouvent alors au-dessous des masses d'air chaud. La couche stable se crée la plupart du temps la nuit, lorsque le sol et les couches atmosphériques se refroidissent sous l'effet du rayonnement thermique. La turbulence dans ce type de couche limite stable est majoritairement pro-



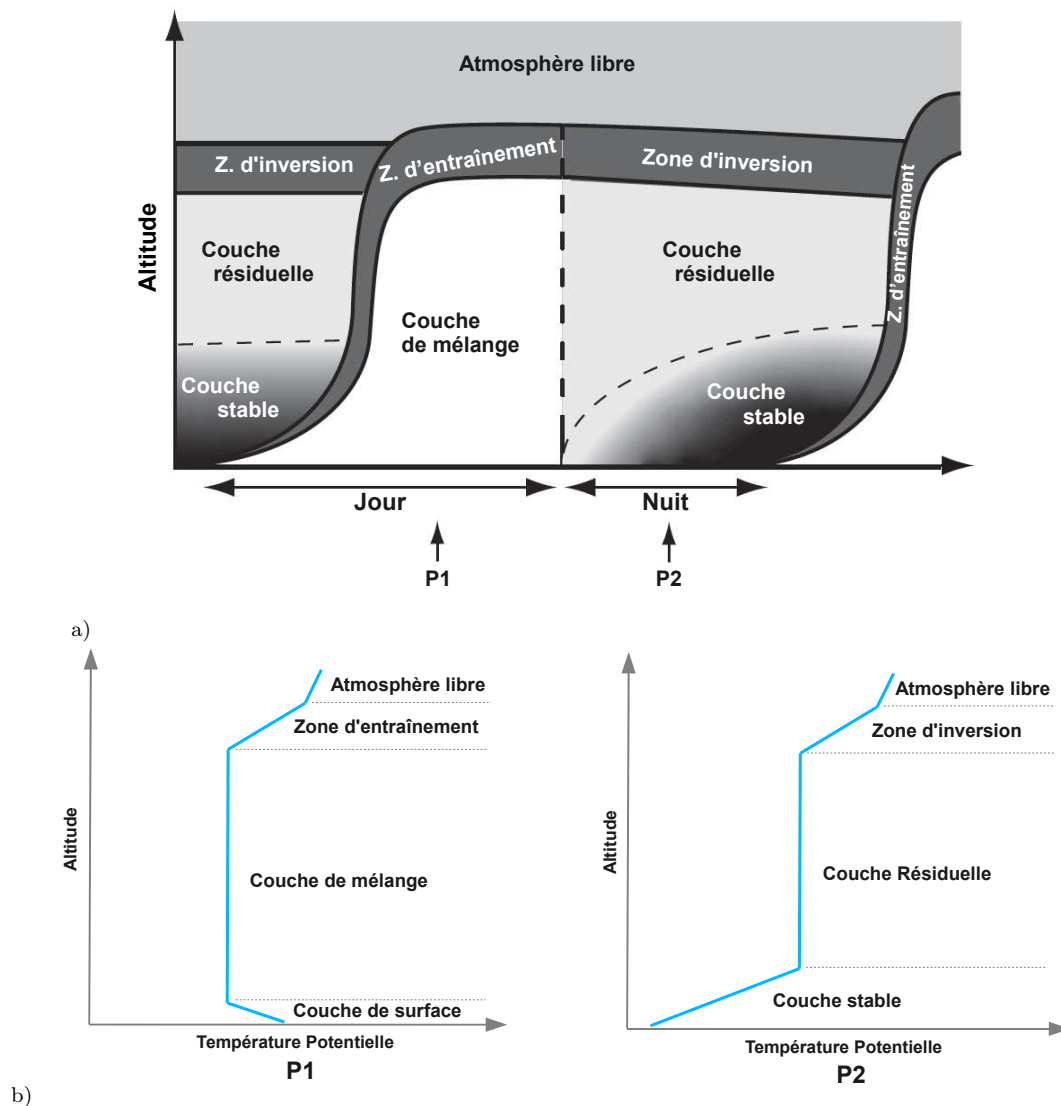


FIGURE 2.1 (a) L'évolution de la couche limite atmosphérique au cours du temps et (b) schématisation des profils moyens types de la température potentielle pour la couche limite convective de jour (P1) et celle stable de nuit (P2), inspiré de [Stull, 2010].

duite par le cisaillement du vent et détruite par les forces de stabilité et les effets de la viscosité. Il existe alors une compétition entre ces termes qui détermine l'intensité de la turbulence. Plus en altitude on retrouve la couche résiduelle qui se trouve être les vestiges de l'épisode convectif de la journée précédente. Il est donc observé, au-delà de la couche limite stable, une structure similaire à la couche limite convective avec un

gradient nul de la température potentielle et avec une inversion du gradient au sommet. L'atmosphère stable est l'état le moins bien connu et le plus complexe, notamment en raison de la nature intermittente de la turbulence et de ses petites échelles intégrales.

## 2.4 Paramétrisation de la couche limite atmosphérique

### 2.4.1 La couche limite de surface

La couche limite de surface représente environ les 10% de la couche limite atmosphérique les plus proches du sol. On fait l'hypothèse que cette couche est caractérisée par une direction de vent constante, due au fait que l'action de la force de Coriolis est négligeable par rapport aux forces de frottements. De plus on considère que les flux turbulents de quantité de mouvement et de chaleur  $y$  sont constants. Notons cependant que ce concept de couche à flux constants reste un concept théorique car il implique des hypothèses de stationnarité (pas d'évolution temporelle) et d'homogénéité horizontale rarement vérifiées dans la réalité dans la couche limite de surface. La vitesse de frottement  $u_*$  et le flux de chaleur au sol  $Q_0$   $y$  sont donc généralement considérés comme étant constants.

$$u_*^2 = -\overline{u'w'}_s \quad (2.40)$$

$$Q_0 = \overline{w'\Theta'}_s \quad (2.41)$$

### 2.4.2 La théorie de similitude

La théorie de similitude a pour but la paramétrisation des profils de vent et de température dans la couche de surface. Cette théorie est basée sur une méthode d'analyse dimensionnelle : le théorème  $\pi$  de Vaschy-Buckingham [Stull, 1988](#). Il permet d'associer différentes variables sous forme de nombres adimensionnés caractéristiques du domaine étudié. Ainsi pour une relation dépendant de  $n$  variables pour un total de  $n_k$  dimension physique (longueur [L], temps [T], température [K]...) il peut être alors défini  $(n - n_k)$  nombres  $\pi_i$ .

### 2.4.2.1 Cas neutre

Dans le cas d'une couche de surface neutre la relation (2.40) admet quatre paramètres incluant deux grandeurs physiques ( $[L]$  et  $[T]$ ). Le théorème de détermination des nombres adimensionnés :

$$\pi_1 = \frac{zu_*}{\nu} \quad (2.4.42)$$

$$\pi_2 = \frac{z}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (2.4.43)$$

$$(2.4.44)$$

### 2.4.2.2 Cas stratifié : la théorie de similitude de Monin-Obukhov

La théorie de similitude de Monin-Obukhov [Monin and Obukhov, 1954] introduit un paramètre adimensionné supplémentaire, à ne pas prendre en compte de la stabilité dans l'atmosphère stratifiée :

$$\pi_3 = \frac{z}{L_{mo}} \quad (2.4.45)$$

Il fait intervenir une échelle de longueur caractéristique  $L_{mo}$  nommée longueur de Monin-Obukhov définissant une longueur caractéristique du rapport des effets de stabilité sur les effets de cisaillement du vent :

$$L_{mo} = -\frac{u_*^3}{\kappa\beta Q_0} = \frac{u_*^2}{\kappa\beta\Theta_*} \quad (2.4.46)$$

Avec  $\Theta_* = -Q_0/u_*$  l'échelle caractéristique de température,  $\beta = g/\bar{\Theta}$  le coefficient de stabilité et la constante de von Kármán  $\kappa = 0.4$ .

Il est courant de définir la stabilité de l'atmosphère par rapport à  $\zeta = z/L_{mo}$  de la manière suivante :

- Atmosphère stable :  $\zeta > 0$
- Atmosphère neutre :  $\zeta = 0$  ( $L_{mo} \rightarrow \infty$ ,  $\zeta \rightarrow 0$ )
- Atmosphère instable :  $\zeta < 0$

La théorie de Monin-Obukhov pour les profils de vent et de température s'énonce :

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \phi_m(\zeta) \quad (2.4.47)$$

$$\frac{\kappa z}{\Theta_*} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = \phi_h(\zeta) \quad (2.4.48)$$

Les termes  $\phi_m(\zeta)$  et  $\phi_h(\zeta)$  sont appelés les fonctions de Monin-Obukhov. Différentes méthodes permettent d'exprimer ces fonctions à l'aide de formules semi-empiriques. Les deux relations les plus utilisées sont issues des travaux de [Dyer, 1974](#) et [Businger et al., 1971](#). Elles s'appliquent pour des valeurs de moyennes respectivement comprises dans les intervalles :  $-5 < \zeta < 0$  et  $0 \leq \zeta < 1$ .

$$\phi_m(\zeta) = \phi_h(\zeta) = 1 + 5\zeta \quad \text{pour } 0 \leq \zeta < 1 \quad (2.4.49)$$

$$\phi_m(\zeta)^2 = \phi_h(\zeta) = (1 - 16\zeta)^{-1/2} \quad \text{pour } -5 < \zeta < 0 \quad (2.4.50)$$

[\[Garratt, 1992\]](#) propose d'étendre l'utilisation des fonctions de Monin-Obukhov, ci-dessus, à un domaine de stabilité plus large :

$$\phi_m(\zeta) = \phi_h(\zeta) = 1 + 5\zeta \quad \text{pour } \zeta > 0 \quad (2.4.51)$$

$$\phi_m(\zeta)^2 = \phi_h(\zeta) = (1 - 16\zeta)^{-1/2} \quad \text{pour } \zeta < 0 \quad (2.4.52)$$

En admettant que  $\bar{u}_s$  et  $\bar{\Theta}_s$  soient respectivement la vitesse et la température potentielle de surface, l'intégration des deux précédentes équations [\(2.4.47\)](#) et [\(2.4.48\)](#) permet d'écrire les relations suivantes :

$$\frac{\kappa (\bar{u}(z) - \bar{u}_s)}{u_*} = \int_{z_0/L}^{z/L} \phi_m(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.4.53)$$

$$\frac{\kappa (\bar{\Theta}(z) - \bar{\Theta}_s)}{\Theta_*} = \int_{z_0/L}^{z/L} \phi_h(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.4.54)$$

En posant les égalités suivantes :

$$\psi_m(\zeta) = \int_{z_0}^{z/l} [1 - \phi_m(\zeta)] \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.4.55)$$

$$\psi_h(\zeta) = \int_{z_{0T}}^{z/l} [1 - \phi_h(\zeta)] \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (2.4.56)$$

On obtient dans les cas turbulents ( $\zeta < 0$ ), en fonction de l'indice de stabilité  $\zeta$  :

$$\psi_m(\zeta) = 2\ln\left(\frac{1 + \phi_m^{-1}}{2}\right) + \ln\left(\frac{1 + \phi_m^{-2}}{2}\right) - 2\arctan(\phi_m^{-1}) + \frac{\pi}{2} \quad (2.4.57)$$

$$\psi_h(\zeta) = 2\ln\left(\frac{1 + \phi_h^{-1}}{2}\right) \quad (2.4.58)$$

Ou bien dans les cas stables ( $\zeta > 0$ ) :

$$\psi_m(\zeta) = \psi_h(\zeta) = -5\zeta \quad (2.4.59)$$

On peut déduire alors deux relations reliant respectivement  $\bar{u}(z)$  à  $\psi_m$  et  $\bar{\Theta}(z)$  à  $\psi_h$  :

$$\bar{u}(z) - \bar{u}_s = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_m(\zeta) + \psi_m(\zeta_0) \right] \quad (2.4.60)$$

$$\bar{\Theta}(z) - \bar{\Theta}_s = \frac{\Theta_*}{\kappa} \left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_h(\zeta) + \psi_h(\zeta_0) \right] \quad (2.4.61)$$

En admettant que la vitesse soit nulle au sol, la vitesse de frottement  $u_*$  et l'échelle caractéristique de température peuvent donc s'exprimer par :

$$u_* = \frac{\kappa \bar{u}(z)}{\left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_m(\zeta) + \psi_m(\zeta_0) \right]} \quad (2.4.62)$$

$$\Theta_* = \frac{\kappa \Delta \bar{\Theta}}{\left[ \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_h(\zeta) + \psi_h(\zeta_0) \right]} \quad (2.4.63)$$

$$\text{Où } \Delta \bar{\Theta} = \bar{\Theta}(z) - \bar{\Theta}_s$$

De plus récents travaux (Cheng and Brutsaert, 2005) ont permis de mettre à jour une formulation différente des équations  $\phi_{m/h}$  et  $\psi_{m/h}$  en conditions stables. Cette étude a été réalisée sur l'expérience CASES-99 qui s'est déroulée au Kansas en octobre 1999 :

$$\phi_m(\zeta) = 1 + a \left( \frac{\zeta + \zeta^b(1 + \zeta^b)^{\frac{1-b}{b}}}{\zeta + (1 + \zeta^b)^{\frac{1}{b}}} \right) \quad (2.4.64)$$

$$\phi_h(\zeta) = 1 + c \left( \frac{\zeta + \zeta^d(1 + \zeta^d)^{\frac{1-d}{d}}}{\zeta + (1 + \zeta^d)^{\frac{1}{d}}} \right) \quad (2.4.65)$$

$$\psi_m(\zeta) = -a \ln(\zeta + (1 + \zeta^b)^{\frac{1}{b}}) \quad (2.4.66)$$

$$\psi_h(\zeta) = -c \ln(\zeta + (1 + \zeta^d)^{\frac{1}{d}}) \quad (2.4.67)$$

Avec  $a = 6.1$ ,  $b = 2.5$ ,  $c = 5.3$  et  $d = 1.1$ .

En pratique, la paramétrisation de Monin-Obukhov est mise en ÷uvre par une méthode itérative [Musson-Genon et al., 2007]. En effet ne connaissant pas les flux au sol, la longueur de Monin-Obukhov peut, après intégration de  $\phi_m$  et  $\phi_h$ , s'exprimer de la manière suivante :

$$L_{mo} = \frac{(\Delta \bar{u})^2 \psi_h}{(g/\bar{\Theta}) \Delta \bar{\Theta} \psi_m^2} \quad (2.4.68)$$

Le calcul de  $L_{mo}$  nécessite d'évaluer les fonctions  $\phi_m$  et  $\psi_h$  qui dépendent elles-même de la longueur de Monin-Obukhov. Dans les cas convectifs, ce processus itératif reste rapide mais dans les cas stables, il peut demander du temps afin de converger vers une solution pour  $L_{mo}$ .

### 2.4.2.3 Cas stratifié : la paramétrisation de Louis

Les relations de Louis permettent, tout comme la théorie de similitude de Monin-Obukhov, de paramétriser la couche limite atmosphérique [Louis, 1979] [Louis et al., 1982]. Cette méthode analytique, bien qu'elle ne fasse qu'approximer les flux, ne nécessite aucun moyen itératif. Elle apparaît donc plus rapide dans de nombreux cas et notamment dans les situations stables.

Le nombre de Richardson  $R_i$  permet de définir l'état turbulent ou laminaire d'un fluide. Cet indice est basé sur une approximation du rapport entre les forces de flottabilité et les forces de cisaillement. La flottabilité a tendance à diminuer la turbulence alors que le cisaillement a, au contraire, tendance à l'augmenter :

$$R_i = \frac{g}{\bar{\Theta}} \frac{\Delta \bar{\Theta} \Delta z}{(\Delta \bar{u})^2} \quad (2.4.69)$$

Le nombre de Richardson critique  $R_{ic}$  est la valeur seuil, évaluée expérimentalement, au-delà de laquelle on passe d'un état instable à un état stable.  $R_{ic}$  est théoriquement pris égal à 0.25 mais peut varier selon la littérature entre 0 et 1. Louis a alors déterminé deux fonctions  $F_m$  et  $F_h$  dépendantes du nombre de Richardson, permettant de recalculer les flux de surface.

Ainsi pour les cas stables ( $R_i > R_{ic}$ ) :

$$F_m = \frac{1}{1 + \frac{2bR_i}{\sqrt{1+dR_i}}} \quad (2.4.70)$$

$$F_h = \frac{1}{1 + 3bR_i \sqrt{1 + dR_i}} \quad (2.4.71)$$

Pour les cas convectifs ( $R_i < R_{ic}$ ) :

$$F_m = 1 - \frac{2bR_i}{1 + 3bC_*\sqrt{|R_i|}} \quad (2.4.72)$$

$$F_h = 1 - \frac{3bR_i}{1 + 3bC_*\sqrt{|R_i|}} \quad (2.4.73)$$

Le terme  $C_*$  s'exprime par la relation suivante :

$$C_* = c C_n (1 - (z_{0h}/z))^{1/2} ((z/z_{0h})^{1/3} - 1)^{3/2} \quad (2.4.74)$$

Où  $C_n$  est défini par :

$$C_n = \frac{\kappa^2}{\ln(z/z_{0m}) \ln(z/z_{0h})} \quad (2.4.75)$$

Les valeurs sont, typiquement  $b = 5$ ,  $c = 5$  et  $d = 5$ . Les travaux de [Musson-Genon et al., 2007](#) amènent à de nouvelles valeurs  $b = 15$ ,  $c = 4$  et  $d = 5$  plus adaptées à une paramétrisation locale de la couche de surface.

Les gradients de vitesse et de température potentielle sont alors déduits des fonctions  $F_m$ ,  $F_h$  et  $C_n$  :

$$\bar{u}(z) - \bar{u}_s = \frac{u_*}{\sqrt{C_n F_m}} \quad (2.4.76)$$

$$\bar{\Theta}(z) - \bar{\Theta}_s = \frac{\Theta_*}{\sqrt{C_n}} \frac{\sqrt{F_m}}{F_h} \quad (2.4.77)$$

On obtient des équations précédentes, les valeurs de  $u_*$  et  $\Theta_*$  :

$$u_* = \Delta \bar{u} \sqrt{C_n F_m} \quad (2.4.78)$$

$$\Theta_* = \Delta \bar{\Theta} \sqrt{C_n} \frac{F_h}{\sqrt{F_m}} \quad (2.4.79)$$

L'apport de ces deux paramétrisations est, dans la suite de ce travail, discuté plus en détail. La paramétrisation de Monin-Obukhov a été implémentée afin de la comparer à la méthode de Louis, choisie par défaut dans le module atmosphérique de Code\_Saturne. Un calcul précis des flux près du sol se révèle essentiel dans la dynamique de la couche limite atmosphérique. Il détermine le comportement stable ou instable de l'atmosphère et permet d'expliquer, pour une part, les évolutions du vent et de la température dans les premiers mètres de la troposphère.

## Chapitre 3

### Large-Eddy Simulation (LES)

La Simulation des Grandes Echelles / Large-Eddy Simulation (SGE / LES) consiste à résoudre explicitement les grandes échelles turbulentes et à filtrer spatialement les petites échelles afin de les paramétriser. Les grandes échelles, lieu de l'essentiel de la production de l'énergie turbulente, sont alors résolues par le code et les petites échelles, lieu de l'essentiel de la dissipation de l'énergie turbulente, sont modélisées.

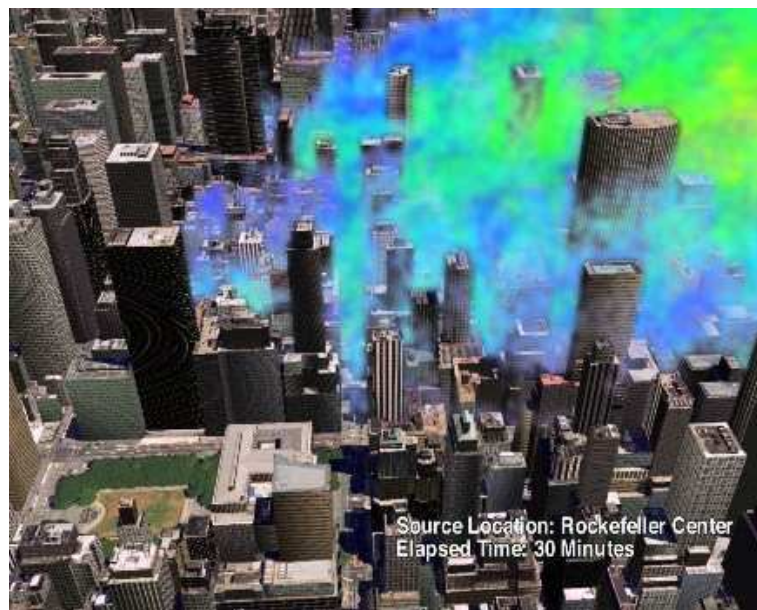


FIGURE 3.1 *Large-Eddy Simulation (LES) utilisant le modèle FAST3D-CT montrant la dispersion de polluants près du Rockefeller Center à New York [Pullen et al., 2005].*

D'autres types de modélisation de la turbulence existent. Les méthodes RANS (Rey-



nolds Averaged Navier-Stokes), les plus communes, ont pour principe de moyenner statistiquement les équations de Navier-Stokes et de résoudre ces équations une fois moyennées. Les échelles turbulentes et le spectre d'énergie sont alors modélisés en intégralité à défaut d'être simulés. Cependant elles nécessitent un temps de calcul plus faible et peuvent, en termes de précision, se révéler satisfaisantes pour beaucoup d'études. Les méthodes RANS nécessitent alors un modèle de fermeture turbulente. Il en existe plusieurs dont :  $k - \omega$  [Wilcox, 1988],  $k - \epsilon$  [Menter, 1994],  $R_{ij} - \epsilon$  [Launder et al., 1975], [Speziale et al., 1991], les plus utilisés en physique atmosphérique restant  $k - \epsilon$  [Jones and Launder, 1972], [Launder and Sharma, 1974] qui demande la modélisation de deux autres équations, celle de  $k$  et  $\epsilon$  respectivement l'énergie cinétique turbulente et la dissipation et les modèles  $k - l_\epsilon$  [Musson-Genon, 1995] où  $\epsilon$  peut être relié diagnostiquement à  $k$  par le biais d'une longueur de mélange  $l_\epsilon$  et d'une constante  $c_\epsilon$ ,  $\epsilon = c_\epsilon \frac{k^{3/2}}{l_\epsilon}$ .

La DNS (Direct Numerical Simulation) résout explicitement tout le spectre d'énergie et toutes les structures turbulentes. Elle constitue la méthode la plus précise mais requiert un temps de calcul important, un maillage de résolution très fin et ne peut pas être appliquée aux échelles atmosphériques.

La LES peut être située à mi chemin entre RANS et DNS résolvant explicitement qu'une partie du spectre d'énergie correspondant aux grandes structures turbulentes et paramétrisant les petites. La LES qui reste plus précise que les méthodes RANS, permet d'accéder directement aux champs instantanés et aux flux turbulents résolus, admettant la réalisation de simulations de la couche limite atmosphérique dans un temps satisfaisant. En effet, les simulations DNS très haut Reynolds ( $Re \simeq 10^9$ ) sur de grands domaines nécessiterait un nombre de mailles de l'ordre de  $Re^{9/4}$ , ce qui reste encore de nos jours qu'une utopie (Fig. 3.2).

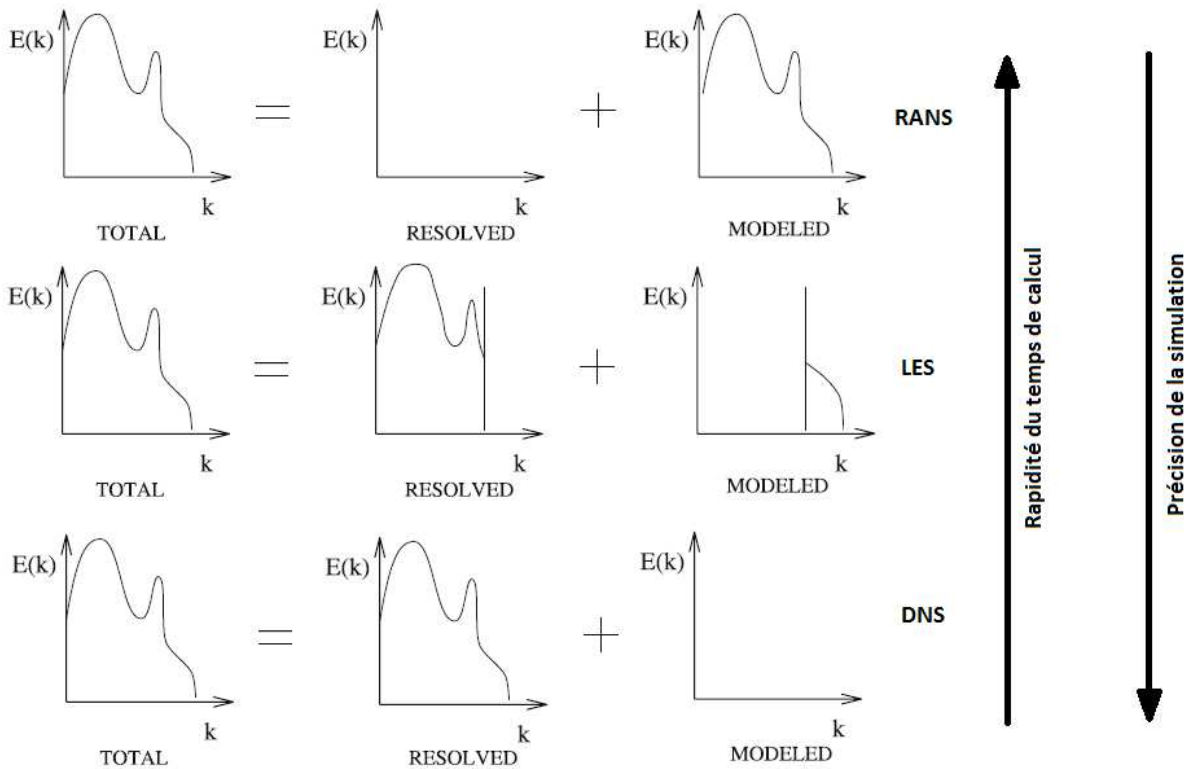


FIGURE 3.2 Schématisation de la partie explicitement résolue et de la partie modélisée du spectre de l'énergie pour différents types de simulations : RANS, LES et DNS. De plus, est ajouté, pour chaque méthode, le rapport entre précision et temps de calcul [Sagaut, 2005].

### 3.1 Les relations fondamentales de la LES

Dans l'espace spectral, en LES, le filtrage du spectre de l'énergie permet de séparer les grands nombres d'onde d'énergie faible, des petits d'énergie plus importante, à l'aide d'un filtre passe-bas de coupure caractéristique  $\Delta$ . Par ce moyen on discrimine les grandes structures, où se passe l'essentiel de la production d'énergie, des petites structures, où l'énergie est dissipée. Généralement la coupure du filtre intervient dans la zone inertielle du spectre d'énergie, de pente  $E(k) = \zeta \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$  selon la théorie de Kolmogorov (Fig. 3.3).

Dans l'espace physique, de manière similaire, le filtrage spatial permet de séparer les structures spatialement plus grandes que la longueur de coupure caractéristique du filtre  $\Delta$ , des structures plus petites. Le filtrage peut s'exprimer à l'aide d'un produit de

convolution auquel on associe un filtre passe-bas  $\bar{\Delta}$  [Sagaut, 2005]:

$$\bar{u}_i(x, t) = \int u_i(x') G_{\bar{\Delta}}(x - x', t) dx' \quad (3.1.1)$$

$$\bar{u}_i = [u_i \star G_{\bar{\Delta}}] \quad (3.1.2)$$

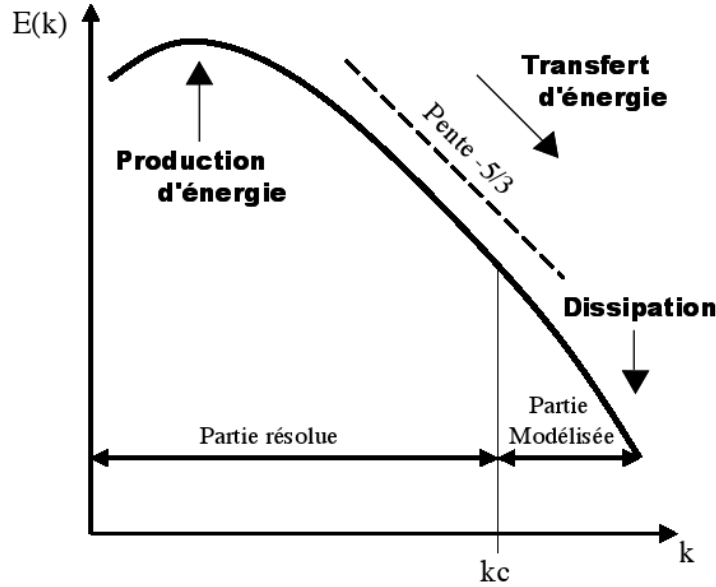


FIGURE 3.3 Le spectre de l'énergie en fonction du nombre d'onde  $E(k)$ . Schématisation de la pente en  $k^{-5/3}$  de la zone inertielle du spectre d'énergie.  $kc$  représente l'échelle de coupure du filtre spectral. En LES la partie en amont de  $kc$  est résolue explicitement, celle en aval est paramétrisée par un modèle sous-maille.

$\bar{u}_i$  représente alors la partie explicitement résolue. Par déduction, la partie sous maille peut être décrite comme [Sagaut, 2005]:

$$u'_i(x, t) = u_i(x, t) - \bar{u}_i(x, t) \quad (3.1.3)$$

$$u'_i(x, t) = u_i(x, t) - \int u_i(x') G_{\bar{\Delta}}(x - x', t) dx' \quad (3.1.4)$$

$$u'_i = [1 - G_{\bar{\Delta}}] \star u_i \quad (3.1.5)$$

Dans Code\_Saturne le filtrage réalisé est dit implicite car la taille des mailles fait office de filtre passe-bas permettant de différencier les petites des grandes échelles. Ainsi

les échelles plus petites que la taille de la maille sont paramétrisées alors que celles plus grandes sont résolues explicitement par le code (Fig. 4). La longueur de coupure du filtre implicite  $\bar{\Delta}$  est donc typiquement reliée, dans un espace discrétisé, à la taille de maille par la relation suivante :

$$\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_x \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z)^{1/3} \quad V = \bar{\Delta}^3 \quad (3.1.6)$$

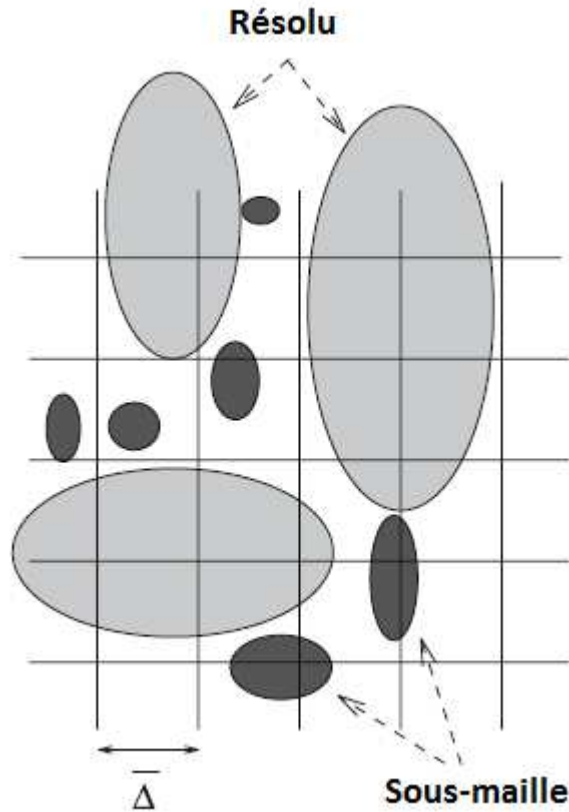


FIGURE 3.4 Exemple du filtrage implicite des structures turbulentes dans l'espace physique. La longueur de coupure du filtre  $\bar{\Delta}$  permet de discriminer les grandes structures explicitement résolues des petites structures modélisées par un modèle sous-maille [Sagaut, 2005].

$\bar{\Delta}_x$ ,  $\bar{\Delta}_y$  et  $\bar{\Delta}_z$  sont respectivement les dimensions d'une maille selon x, y et z dans un espace cartésien. Pour des mailles non hexaédriques, le produit  $(\bar{\Delta}_x \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z)$  est substitué par le volume  $V$  de la maille étudiée.

Appliquons ce filtrage spatial aux équations de Navier-Stokes (2.3), dans le cas d'écoulements incompressibles. Après l'étape de décomposition en un terme résolu

et sous-maille  $\phi'$ , pour toute variable  $\phi$ , les équations s'écrivent :

$$\frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}((\overline{u_i} + u_i')(\overline{u_j} + u_j')) = -\frac{1}{(\overline{\rho} + \rho')} \frac{\partial(\overline{P} + P')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u_j} + u_j')}{\partial x_i} \right) \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{(\overline{u_i} + u_i')(\overline{u_j} + u_j')}) = -\frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.1.8)$$

En se focalisant sur le terme d'advection, développons le terme d'advection après décomposition :

$$u_i u_j = (\overline{u_i} + u_i')(\overline{u_j} + u_j') \quad (3.1.9)$$

$$= \overline{u_i} \overline{u_j} + \overline{u_i} u_j' + \overline{u_j} u_i' + u_i' u_j' \quad (3.1.10)$$

Maintenant ltrons ce terme :

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\overline{u_i} + u_i')(\overline{u_j} + u_j')} \quad (3.1.11)$$

$$= \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} + \overline{\overline{u_i} u_j'} + \overline{\overline{u_j} u_i'} + \overline{u_i' u_j'} \quad (3.1.12)$$

Selon la manière dont on considère le terme d'advection et le tenseur des contraintes sous-maille, on peut écrire les équations de Navier-Stokes ainsi ltrées de deux façons distinctes [Sagaut, 2005] :

i) Ici le terme d'advection résolu est considéré comme étant le résultat du double ltrage  $\overline{\overline{u_i} \overline{u_j}}$ . Le terme sous-maille  $\tau_{ij}$  comprend alors le tenseur des contraintes croisées  $C_{ij}$  et le tenseur de Reynolds sous-maille  $R_{ij}$  :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} = -\frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{(\overline{u_i} u_j' + \overline{u_j} u_i' + u_i' u_j')}_{\tau_{ij}} \quad (3.1.13)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} \quad (3.1.14)$$

$$= \underbrace{\overline{u_i u_j'} + \overline{u_j u_i'}}_{C_{ij}} + \underbrace{\overline{u_i' u_j'}}_{R_{ij}} \quad (3.1.15)$$

ii) Le deuxième procédé consiste, comme dans Code\_Saturne, à ne garder dans le membre de droite que le terme  $\overline{u_i u_j}$ . Pour cela, nous introduisons le tenseur de Léonard  $L_{ij}$  :

$$\overline{u_i u_j} = \underbrace{(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j})}_{L_{ij}} + \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (3.1.16)$$

Ainsi, le tenseur sous-maille  $\tau_{ij}$  comprend les tenseurs  $R_{ij}$  qui permet de tenir compte des interactions entre les petites échelles  $\tau_{ij}$  qui retranscrit les interactions entre les grandes échelles et en  $C_{ij}$  qui relie les deux et exprime les interactions entre les petites et les grandes échelles :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{(\overline{u_i u_j'} + \overline{u_j u_i'} + \overline{u_i' u_j'} + (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}))}_{\tau_{ij}} \quad (3.1.17)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (3.1.18)$$

$$= \underbrace{\overline{u_i u_j'} + \overline{u_j u_i'}}_{C_{ij}} + \underbrace{\overline{u_i' u_j'}}_{R_{ij}} + \underbrace{(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j})}_{L_{ij}} \quad (3.1.19)$$

Où  $C_{ij}$  représente le tenseur des contraintes croisées,  $R_{ij}$  le tenseur de Reynolds sous-maille et  $L_{ij}$  le tenseur de Léonard :

$$C_{ij} = \overline{u_i u_j'} + \overline{u_j u_i'} \quad (3.1.20)$$

$$R_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \quad (3.1.21)$$

$$L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (3.1.22)$$

En tenant compte de l'approximation de Boussinesq, les équations ltrées 3.1.17, considérant une masse volumique constante, peuvent être réécrites :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i u_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \left( \frac{\bar{\Theta} - \langle \bar{\Theta} \rangle}{\Theta_0} \right) g \delta_{i3} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (3.1.23)$$

Le terme de flottabilité est estimé à l'aide de  $\bar{\Theta} - \langle \bar{\Theta} \rangle$  où  $\langle \rangle$  correspond à la moyenne sur le plan horizontale. L'approximation de Boussinesq rend ainsi compte des

uctuations de température potentielle par rapport à une couche horizontale de température potentielle moyenne  $\langle \bar{\Theta} \rangle$  déterminée à une altitude donnée.

Dans le cas d'une masse volumique variable, le terme de flottabilité s'exprime par l'intermédiaire de  $\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle$  et les équations de Navier-Stokes deviennent alors :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \left( \frac{\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle}{\bar{\rho}} \right) g \delta_{i3} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (3.1.24)$$

La LES consiste donc à paramétriser le terme sous-maille afin de fermer les relations de Navier-Stokes filtrées.

De même pour la température potentielle, l'équation de conservation ainsi filtrée s'exprime :

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{\Theta j} \quad (3.1.25)$$

Avec le tenseur sous-maille :

$$\tau_{\Theta j} = \overline{\Theta u_j} - \bar{\Theta} \bar{u}_j \quad (3.1.26)$$

## 3.2 Les modèles sous-maille en LES

Cette section est dédiée à l'étude de différents modèles sous-maille ou Sub-Grid Scale (SGS) models en anglais. Plusieurs modèles sous-maille sont détaillés afin de mieux en comprendre la physique. Ils sont classés en deux catégories les modèles non-dynamiques de paramètres constants et les modèles dynamiques de paramètres variables s'ajustant localement à la physique du cas étudié.

### 3.2.1 Les modèles non-dynamiques

#### 3.2.1.1 Le modèle de Smagorinsky (1963)

Le modèle de Smagorinsky, historiquement le premier, consiste à exprimer le tenseur de contrainte sous-maille [3.1.18](#) à l'aide de la relation suivante [\[Smagorinsky, 1963\]](#)

[Lilly, 1966] :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (3.2.1)$$

$$= -\nu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.2.2)$$

$$= -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (3.2.3)$$

Où la viscosité turbulente sous maille est exprimée sous la forme :

$$\nu_t = (C_s \overline{\Delta})^2 \overline{S} \quad (3.2.4)$$

$$= (C_s (\overline{\Delta_x} \overline{\Delta_y} \overline{\Delta_z})^{\frac{1}{3}})^2 |\overline{S}| \quad (3.2.5)$$

$$= (C_s (\overline{\Delta_x} \overline{\Delta_y} \overline{\Delta_z})^{\frac{1}{3}})^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij}}^2} \quad (3.2.6)$$

$C_s$  est appelé constante de Smagorinsky. Sa valeur peut varier selon les études réalisées ( $\approx 0.65 - 0.23$ ). Théoriquement la valeur de la constante de Smagorinsky se déduit de l'hypothèse d'équilibre local entre la dissipation et le transfert d'énergie au niveau de la coupure, dans le cas d'une turbulence homogène isotrope. Cette valeur théorique est proche de 0.18.

De plus le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  est défini par la relation [Lilly, 1992] [Moin et al., 1991] :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\nu_\Theta} \quad (3.2.7)$$

Le tenseur sous-maille lié à l'équation de température s'exprime par la relation :

$$\tau_{\Theta j} = -\nu_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \quad (3.2.8)$$

$$= \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_j} \quad (3.2.9)$$

Nous allons mettre en évidence quelques-uns des défauts, connus, de ce modèle sous-maille. Premièrement, le fait que  $C_s$  soit une constante pose problème. Cette valeur fixe peut induire des effets dissipatifs non physiques trop ou trop peu importants selon la turbulence ou la géométrie du cas étudié.

Deuxièmement la viscosité turbulente doit s'annuler près de la surface, or tant qu'un gradient de vitesse existe,  $\nu_t$  admet une valeur non nulle. On a alors souvent recours à



des fonctions d'amortissement du type Van-Driest  $F_{vd}$  qui ont pour rôle de relaxer la viscosité turbulente vers zéro à la paroi :

$$F_{vd} = 1 - e^{(-zu_*)/(25\nu)} \quad (3.2.10)$$

$$\nu_t = (C_s \bar{\Delta})^2 \bar{S} F_{vd} \quad (3.2.11)$$

On peut citer d'autres modèles comme celui de [Brown et al., 1994] conçus sur ces mêmes principes d'amortissement près de la surface.

Troisièmement le modèle de Smagorinsky n'est pas capable de reproduire la variation asymptotique proche paroi de la viscosité sous-maille. Le modèle WALE [Nicoud and Ducros, 1999] est un exemple de modèle sous-maille remédiant à cela en assurant une bonne transition entre couche laminaire et couche turbulente.

### 3.2.1.2 Le modèle de Deardor (1980)

Le modèle de Deardor est basé sur la résolution d'une équation pronostique de l'énergie turbulente sous-maille avec une viscosité turbulente du type  $\nu_t = C_k l \bar{e}^{1/2}$  où  $C_k$  représente un coefficient numérique,  $l$  une échelle de longueur et  $\bar{e}$  l'énergie turbulente sous-maille [Deardor, 1980]. Cette méthode est notamment utilisée par [Moeng, 1984] pour modéliser les conditions atmosphériques du jour 33 de l'expérience Wangara pour des conditions instables. Ce modèle est à l'origine de la paramétrisation sous-maille utilisé dans Meso-NH [Cuxart et al., 2000a], le code atmosphérique méso-échelle non-hydrostatique développé par le Centre National de Recherches Météorologiques (CNRM) et le Laboratoire d'Aérodynamique (LA).

L'énergie turbulente a pour expression  $\bar{e} = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$  et son équation pronostique s'écrit [Deardor, 1980] :

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial \bar{e} \bar{u}_i}{\partial x_i}}_1 - \underbrace{\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{g}{\Theta_0} \tau_{\Theta i} \delta_{i3}}_2 - \underbrace{\frac{\partial [\bar{u}'_i (e + p'/\rho_0)]}{\partial x_i}}_3 - \underbrace{\epsilon}_4 \quad (3.2.12)$$

Avec :

1 : Advection

2 : Production d'énergie par le cisaillement et les forces de flottabilité

3 : Dissipation turbulente

## 4 : Dissipation de l'énergie

Pour fermer l'équation de l'énergie turbulente, les différents flux sous-maille doivent être paramétrés de la manière suivante :

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.2.13)$$

$$\tau_{\Theta i} = -\nu_\Theta \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_i} \quad (3.2.14)$$

$$\overline{u'_i(e + p'/\rho_0)} = -2\nu_t \frac{\partial \bar{e}}{\partial x_i} \quad (3.2.15)$$

On définit deux paramètres d'échelle  $l_s$  et  $\bar{\Delta}$  par :

$$\bar{\Delta} = (\bar{\Delta}_x \bar{\Delta}_y \bar{\Delta}_z)^{\frac{1}{3}} \quad (3.2.16)$$

$$l_s = 0.76 \bar{e}^{1/2} \left( \frac{g}{\Theta_0} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right)^{-1/2} \quad (3.2.17)$$

La longueur de mélange  $l$  s'écrit selon l'étude considérée :

- Si  $\partial \bar{\Theta} / \partial z > 0$  et  $l < \bar{\Delta}$  :

$$l = l_s \quad (3.2.18)$$

- Sinon, dans tous les autres cas :

$$l = \bar{\Delta} \quad (3.2.19)$$

La longueur de mélange prend la valeur  $l_s$  dans des conditions stables ( $\partial \bar{\Theta} / \partial z > 0$ ), si la condition  $l < \bar{\Delta}$  est respectée. Ainsi, lorsque le gradient de température potentielle est positif et donc la stratification thermique stable, la valeur de  $l$  diminue. Une relaxation de la viscosité turbulente est alors appliquée. Pour les cas convectifs, on admet que  $l = \bar{\Delta}$  ce qui est proche de la philosophie du modèle de Smagorinsky.

Les coefficients  $\nu_t$  et  $\nu_\Theta$  s'expriment alors :

$$\nu_t = 0.1 l \bar{e}^{1/2} \quad (3.2.20)$$

$$\nu_\Theta = \nu_t (1 + 2l / \bar{\Delta}) \quad (3.2.21)$$

En n, le dernier terme de l'équation d'évolution de  $\bar{\epsilon}$ , à savoir la dissipation  $\epsilon$ , s'écrit à l'aide de l'hypothèse de Kolmogorov :

$$\epsilon = \frac{C \bar{\epsilon}^{3/2}}{l} \quad (3.2.22)$$

$$\text{Avec } C = 0.19 + (0.51l / \bar{\Delta})$$

### 3.2.1.3 Le modèle de Sullivan et al. (1994)

Le modèle de [Sullivan et al., 1994](#), qui s'appuie sur le même principe que celui de [Deardor , 1980](#), a pour originalité de faire intervenir un terme  $\gamma$  permettant de faire une transition progressive entre échelles explicitement résolues et échelles sous-maille paramétrées aux abords des limites du domaine étudié. Ce modèle est notamment utilisé pour modéliser un cas de brouillard radiatif [Nakanishi, 2000](#) (Annexes [8.1](#)).

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \gamma \overline{S_{ij}} - 2\nu_T \langle \overline{S_{ij}} \rangle \quad (3.2.23)$$

Ici  $\gamma$  est appelé facteur isotrope et est défini par :

$$\gamma = \frac{S'}{S' + \langle \overline{S} \rangle} \quad (3.2.24)$$

$$\text{où } S' = \sqrt{2 \langle (\overline{S_{ij}} - \langle \overline{S_{ij}} \rangle) (\overline{S_{ij}} - \langle \overline{S_{ij}} \rangle) \rangle} \quad (3.2.25)$$

$$\langle \overline{S} \rangle = \sqrt{2 \langle \overline{S_{ij}} \rangle \langle \overline{S_{ij}} \rangle} \quad (3.2.26)$$

Si nous introduisons le facteur  $\gamma$  dans le modèle de Smagorinsky, on a :

$$\nu_t \gamma = (\tilde{C}_s \Delta)^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} \quad (3.2.27)$$

$$\tilde{C}_s = C_s \sqrt{\gamma} \quad (3.2.28)$$

Pour la viscosité turbulente des écoulements de grande échelle on a :

$$\nu_T = (C_K L_m)^2 \sqrt{2 \langle \overline{S_{ij}} \rangle \langle \overline{S_{ij}} \rangle} \quad (3.2.29)$$

$$\nu_T = (C_K L_m)^2 \sqrt{\left( \frac{\partial \langle \overline{u} \rangle}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \langle \overline{v} \rangle}{\partial z} \right)^2} \quad (3.2.30)$$

Il apparaît ici  $L_m$  la longueur de mélange décrite dans la théorie de Prandtl et  $C_K$  une constante d'ajustement.

Avec la vitesse de frottement  $u_*$  définie par :

$$u_*^2 = [\langle \tau_{13} \rangle^2 + \langle \tau_{23} \rangle^2]^{1/2} + [\langle uw \rangle^2 + \langle vw \rangle^2]^{1/2} \quad (3.2.31)$$

Il est fait ici deux approximations. La première est de négliger les variations de contrainte avec l'altitude. On ne retient alors dans  $\tau_{ij}$  que :

$$\langle \tau_{13} \rangle = (\langle \nu_t \gamma \rangle + \nu_T) \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial z} \quad (3.2.32)$$

$$\langle \tau_{23} \rangle = (\langle \nu_t \gamma \rangle + \nu_T) \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial z} \quad (3.2.33)$$

La seconde approximation est que l'on considère que le vent moyen ne tourne pas avec l'altitude au premier point  $z_1$ . On ne considère que la variation d'amplitude du vent :

$$\sqrt{\left( \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial \langle \bar{v} \rangle}{\partial z} \right)^2} \approx \frac{\partial U_s}{\partial z} \quad (3.2.34)$$

L'expression de la variation de la vitesse du vent sur la verticale conformément à la théorie de Monin-Obukhov se fait selon :

$$\frac{\partial U_s}{\partial z} = \frac{u_* \phi_m}{\kappa z} \quad (3.2.35)$$

Il est défini à  $z_1$ , le premier point du maillage,  $\nu_T^* = \nu_T(z_1)$  qui permet d'écrire :

$$\nu_T^* = \frac{u_* \kappa z_1}{\phi_m(z_1)} - \langle \nu_t \gamma \rangle - \frac{\kappa z_1}{u_* \phi_m(z_1)} [\langle uw \rangle^2 + \langle vw \rangle^2]^{1/2} \quad (3.2.36)$$

Au delà de  $z_1$  on utilisera :

$$\nu_T = \nu_T^* \frac{\kappa z_1}{u_* \phi_m(z_1)} \sqrt{2 \langle \bar{S}_{ij} \rangle \langle \bar{S}_{ij} \rangle} \quad (3.2.37)$$

Le facteur  $\gamma$  est compris entre 0 et 1. Près d'une paroi  $\gamma \sim 1/\kappa z$  et  $\gamma \sim S' \kappa z$ . Au contraire, loin d'une paroi lorsque les effets des bords ne se font plus ressentir,  $\gamma \rightarrow 1$  et  $\nu_T \ll \nu_t$ . Sullivan admet  $\gamma = 1$  et  $\nu_T = 0$  pour  $z \gg z_i/2$  où  $z_i$  représente la hauteur de la couche limite atmosphérique. Ainsi le modèle de Sullivan et al., 1994 permet d'introduire une relaxation de la viscosité turbulente près de la paroi qui tient compte de l'apport du cisaillement du vent moyen et permet de se conformer à la théorie de Monin-Obukhov au premier centre de maille.

### 3.2.1.4 Le modèle de Brown et al. (1994)

Le modèle de [Brown et al., 1994](#) a pour particularité de relier la viscosité sous-maille au nombre de Richardson  $R_i$ , un indicateur de la stabilité atmosphérique. Ce modèle s'appuie sur deux fonctions dépendantes de  $R_i$ ,  $f_{Bm}(R_i)$  pour la partie dynamique et  $f_{Bh}(R_i)$  pour la partie thermique. Elles sont déduites d'observations de la couche limite atmosphérique durant de nombreuses campagnes de mesure :

$$\nu_t = \lambda^2 \overline{S} f_{Bm}(R_i) \quad (3.2.38)$$

$$\nu_\Theta = \lambda^2 \overline{S} f_{Bh}(R_i) \quad (3.2.39)$$

Suivant la stabilité de la couche atmosphérique, les fonctions adoptent des relations différentes. Le nombre de Richardson permet de différencier les situations stables de celles instables. Ainsi pour les cas convectifs, lorsque  $R_i \leq 0$  :

$$f_{Bm} = (1 - 16R_i)^{1/2} \quad (3.2.40)$$

$$f_{Bh} = \frac{1}{0.7} (1 - 40R_i)^{1/2} \quad (3.2.41)$$

Et pour les cas stables où  $R_i > 0$  :

$$f_{Bm} = \left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}}\right)^4 \quad (3.2.42)$$

$$f_{Bh} = \frac{1}{0.7} \left(1 - \frac{R_i}{R_{ic}}\right)^4 (1 - 1.2R_i) \quad (3.2.43)$$

De plus la longueur de mélange  $\lambda$  est définie comme étant variable. Elle dépend de la distance à la surface, diminue donc avec l'altitude et tend vers une valeur constante  $\lambda_0$  au centre de l'écoulement :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{(\kappa(z + z_0))^2} \quad (3.2.44)$$

$\lambda_0$  correspond à la longueur de mélange classique du modèle de Smagorinsky :

$$\lambda_0 = C_s \overline{\Delta} \quad (3.2.45)$$

Ceci revient à appliquer une fonction de relaxation  $\gamma_s$ , similaire à la fonction de Van-Driest (3.2.11) mais de manière plus adaptée à l'atmosphère. Le modèle de [Brown](#)

et al., 1994] est utilisé dans [Basu et al., 2008] pour simuler les conditions atmosphériques durant l'expérience de Wangara qui s'est déroulée en 1967 à Hay en Australie [Deinke et al., 1971]. De plus, il est important de noter que [Brown et al., 1994] introduisent un modèle proche de celui développé par [Mason and Thomson, 1992] qui tient compte des effets de cascade inverse ("Backscattering"). Ces effets de "Backscattering" se traduisent par un transfert d'énergie inverse, des petites échelles vers les grandes. Ce modèle a alors pour but, de maintenir l'énergie cinétique sous-maille à des valeurs positives [Sagaut, 2005].

### 3.2.1.5 Le modèle WALE de Nicoud-Ducros (1999)

Le modèle WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) [Nicoud and Ducros, 1999] est un modèle sous-maille qui a pour avantage de résoudre quelques uns des inconvénients évoqués précédemment. D'une part, ce modèle admet une viscosité nulle à la surface  $\nu_t(z = 0) = 0$  sans l'emploi d'aucune fonction de relaxation. D'autre part, le modèle WALE reproduit un comportement asymptotique de  $\nu_t$  en  $z^3$  près du sol où le modèle de Smagorinsky seul ou l'association du modèle de Smagorinsky avec une fonction de Van-Driest ne reproduit qu'un comportement de  $\nu_t$  respectivement en  $z$  et  $z^2$ . [Wray and Hunt, 1989] ont montré, grâce à une simulation DNS d'un cas de turbulence isotrope, que la variation de la viscosité turbulente ne dépend pas uniquement du taux de déformation mais aussi du taux de rotation, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle de Smagorinsky. Afin de prendre tout ceci en considération, ce modèle est construit de la manière suivante :

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_2} \quad (3.2.46)$$

$$(3.2.47)$$

Avec la constante  $C_w$  qui peut être estimée par :

$$C_w^2 = C_s^2 \frac{\langle \sqrt{2} (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{3/2} \rangle}{\langle \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} \bar{P}_1 / \bar{P}_2 \rangle} \quad (3.2.48)$$

$C_w$  est généralement évaluée comme une constante du fait de sa faible variabilité :  $C_w = 0.5$ .

Les opérateurs  $P_1$  et  $P_2$  sont construits à partir du taux de déformation  $S_{ij}$  et de la partie déviatorique du symétrique du tenseur  $g_{ij}^2$  où  $g_{ij} = \partial \bar{u}_i / \partial x_j$  :

$$\overline{P_1} = (\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d})^{3/2} \quad (3.2.49)$$

$$\overline{P_2} = (\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{5/2} + (\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d})^{5/4} \quad (3.2.50)$$

Avec :

$$\overline{S_{ij}^d} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \right) \quad (3.2.51)$$

Selon [Nicoud and Ducros, 1999] le tenseur  $\overline{S_{ij}^d} \overline{S_{ij}^d}$  est utilisé pour mieux rendre compte des taux de déformation et de rotation des structures turbulentes participant à la dissipation de l'énergie. Le modèle WALE admet dans les cas de cisaillement pur une viscosité sous-maille nulle, le rendant bien adapté à des cas transitoires entre régimes laminaires et turbulents. De plus, le comportement asymptotique de  $\nu_t$  en  $y^3$  et le fait que  $\nu_t(z=0) = 0$  font que le modèle WALE semble intéressant pour les études en proche paroi. Cependant, il n'est que très peu utilisé dans les simulations atmosphériques.

### 3.2.2 Les modèles dynamiques

Contrairement au modèle de Smagorinsky qui admet, pour la viscosité turbulente, un coefficient  $C_s$  constant, les modèles dynamiques font intervenir un coefficient  $C(x, y, z, t)$  variable en espace et en temps. Deux filtres spatiaux sont alors nécessaires. Pour cela ces modèles admettent deux échelles de filtre  $\bar{\Delta}$  et  $\tilde{\Delta}$  de taille différente (Fig. 3.5).

On a typiquement la relation  $\tilde{\Delta} = 2\bar{\Delta}$  où  $\tilde{\Delta}$  est appelé test-scale filter. Le principe de ces méthodes consiste à tirer profit des flux estimés à une échelle résolue  $\tilde{\Delta}$  dite test pour déterminer le coefficient  $C$ .

Ainsi, on fait intervenir une deuxième coupure du spectre d'énergie à un nombre d'onde test plus petit que celui sous maille habituel (Fig 3.6).

#### 3.2.2.1 Le modèle de Germano et al. (1991)

Le modèle de Germano et al. (1991) est le premier modèle dynamique et donc le premier prenant en compte la résolution des équations de Navier-Stokes à deux échelles différentes  $\bar{\Delta}$  et  $\tilde{\Delta}$  [Germano et al., 1991]. Cette méthode permet de définir un coefficient

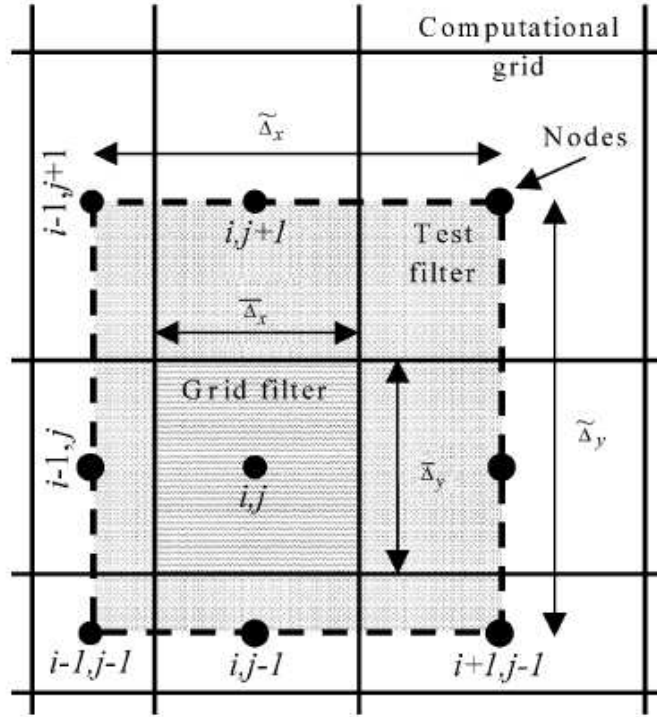


FIGURE 3.5 Représentation, en deux dimensions, des échelles  $\bar{\Delta}$  et  $\tilde{\Delta}$  des différents filtres spatiaux utilisés dans les modèles sous-maille dynamique en LES.  $i$  et  $j$  font référence aux numéros de centre de maille [Walton et al., 2002].

$C_g(t, z)$  fonction du temps  $t$  et de la distance aux bords  $z$ . Elle se présente comme une alternative plus précise et universelle que la méthode développée par Smagorinsky.

De même que précédemment, on détermine les équations de Navier-Stokes filtrées et le tenseur de contraintes sous-maille  $\tau_{ij}$  de la manière suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2.52)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (3.2.53)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.2.54)$$

L'originalité de ce modèle se traduit par l'application d'un deuxième filtre sur les



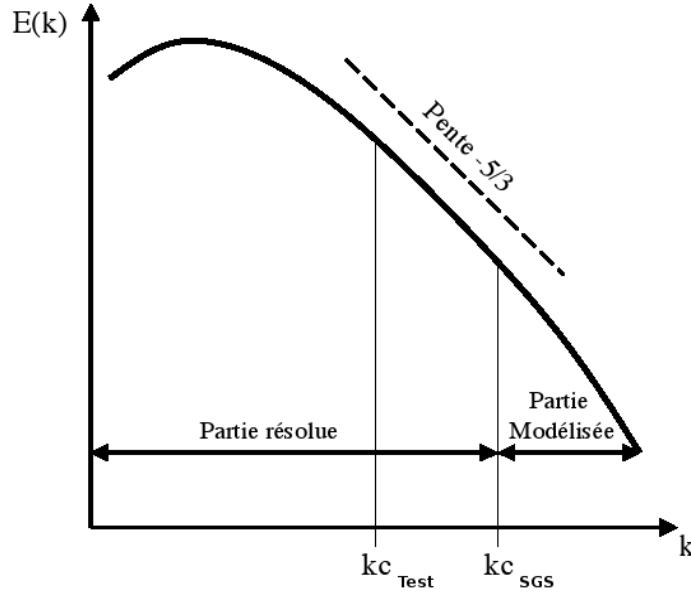


FIGURE 3.6 Le spectre de l'énergie en fonction du nombre d'onde  $E(k)$ . Schématisation de la pente en  $-5/3$  de la zone inertielle du spectre d'énergie.  $kc_{SGS}$  représente l'échelle de coupure du filtre spectral classique,  $kc_{Test}$  représente l'échelle de coupure du filtre Test à un nombre d'onde plus petit. La LES dynamique détermine la partie sous-maille en aval de  $kc_{SGS}$  à l'aide d'une estimation, plus haut dans la partie inertielle, du transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles.

équations de Navier-Stokes à une échelle résolue tel que  $\tilde{\Delta} = 2\bar{\Delta}$  :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2.55)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} T_{ij} \quad (3.2.56)$$

$$T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (3.2.57)$$

L'identité de Germano est alors déduite entre  $L_{ij}$ ,  $\tau_{ij}$  et  $T_{ij}$  [Germano et al., 1991] [Lilly, 1992] :

$$L_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (3.2.58)$$

$L_{ij}$  représente la plus petite échelle pour laquelle le tenseur de Reynolds est résolu.

Par analogie au modèle Smagorinsky la relation entre les tenseurs sous-maille  $\tau_{ij}$  et les tenseurs des taux de déformation résolus, dans le cas anisotrope, est écrite :

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (3.2.59)$$

$$= -2C(x, y, z, t) \overline{|\tilde{S}|} \overline{S_{ij}} \quad (3.2.60)$$

$$(3.2.61)$$

$$T_{ij} = -2\nu_t^* \widetilde{S_{ij}} \quad (3.2.62)$$

$$= -2C(x, y, z, t) \widetilde{\Delta^2 |\tilde{S}|} \widetilde{S_{ij}} \quad (3.2.63)$$

$$\text{avec : } \widetilde{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.2.64)$$

$$|\tilde{S}| = \sqrt{2 \widetilde{S_{mn}} \widetilde{S_{mn}}} \quad (3.2.65)$$

On définit  $M_{ij}$  tel que :

$$M_{ij} = \widetilde{\Delta^2 |\tilde{S}|} \widetilde{S_{ij}} - \overline{\Delta^2 |\tilde{S}|} \overline{S_{ij}} \quad (3.2.66)$$

L'égalité suivante peut être alors facilement déduite :

$$L_{ij} \overline{S_{ij}} = -2C(x, y, z, t) M_{ij} \overline{S_{ij}} \quad (3.2.67)$$

$C(x, y, z, t)$  peut être maintenant estimé. Pour un écoulement dans un canal Germano réduit la dépendance de  $C(x, y, z, t)$  à  $C(z, t)$  où  $z$  définit la distance à la paroi :

$$C(z, t) = -\frac{1}{2} \frac{\langle L_{kl} \overline{S_{kl}} \rangle}{\widetilde{\Delta^2} \langle |\tilde{S}| \widetilde{S_{mn}} \widetilde{S_{mn}} \rangle - \overline{\Delta^2} \langle |\tilde{S}| \widetilde{S_{pq}} \widetilde{S_{pq}} \rangle} \quad (3.2.68)$$

$$\tau_{ij} = \frac{\langle L_{kl} \overline{S_{kl}} \rangle}{(\widetilde{\Delta}/\overline{\Delta})^2 \langle |\tilde{S}| \widetilde{S_{mn}} \widetilde{S_{mn}} \rangle - \langle |\tilde{S}| \widetilde{S_{pq}} \widetilde{S_{pq}} \rangle} |\tilde{S}| \overline{S_{ij}} \quad (3.2.69)$$

### 3.2.2.2 Le modèle de Germano-Lilly (1992)

Le modèle de Germano-Lilly s'inspire très fortement du précédent modèle [Germano et al., 1991] [Lilly, 1992]. En effet, le raisonnement initial est basé de manière similaire sur l'identité de Germano.

$$L_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \quad (3.2.70)$$

$$= \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (3.2.71)$$

De même  $M_{ij}$  correspond à la relation  $T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}}$  évaluée par le modèle de Smagorinsky :

$$2CM_{ij} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \quad (3.2.72)$$

$$= 2C\widetilde{\Delta^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S_{ij}}} - 2C\overline{\Delta^2 |\overline{S}| \overline{S_{ij}}} \quad (3.2.73)$$

Le modèle de Germano-Lilly a pour nouveauté de déterminer en minimisant l'erreur entre  $L_{ij}$  et  $M_{ij}$  par la méthode des moindres carrés.

$$\frac{\partial [(L_{ij} - 2CM_{ij})^2]}{\partial C} = 0 \quad (3.2.74)$$

Ainsi, on déduit  $C$  comme étant :

$$C = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2} \quad (3.2.75)$$

$C$  peut prendre localement des valeurs très différentes voir négatives pouvant entraîner des erreurs numériques importantes. Les valeurs négatives correspondent à des cas de backscattering où la viscosité sous-maille devient négative et donc où il y a un transfert d'énergie des petites échelles vers les grandes échelles. Pour éviter cela on moyenne le numérateur et le dénominateur de 3.2.75 sur le plan horizontal ou sur les cellules voisines  $\langle \rangle$ , ce qui nous donne au final :

$$C = \frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij}^2 \rangle} \quad (3.2.76)$$

De plus, [Lilly, 1992] met en place un modèle sous-maille dynamique pour la partie thermique. Généralement la viscosité turbulente thermique n'est autre que  $\nu_\theta = \nu_t / Pr_t$  où la valeur du nombre de Prandtl turbulent est constante. De cette façon, on a une corrélation directe de  $\nu_\theta$  et  $\nu_t$  sans réellement prendre en compte le cas de la viscosité thermique sous-maille comme étant spécifique et dissociée de

Si, les deux filtres spatiaux sont appliqués  $\bar{\Delta}$  et  $\tilde{\Delta}$  sur l'équation de conservation de la température potentielle, on obtient :

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{\Theta j} \quad (3.2.77)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} T_{\Theta j} \quad (3.2.78)$$

Il apparaît, ici, que l'équivalent de  $T_{ij}$  pour la température potentielle est  $T_{\Theta j}$ . Il correspond au tenseur des contraintes sous-maille à la longueur de coupure  $\tilde{\Delta}$ .

Par analogie au modèle de Smagorinsky l'expression, en fonction de  $\nu_\Theta$  la viscosité sous-maille à  $\bar{\Delta}$ , et  $T_{\Theta j}$ , en fonction de  $\nu_\Theta^*$  la viscosité sous-maille  $\tilde{\Delta}$  devient :

$$\tau_{\Theta j} = -2\nu_\Theta \bar{S}_{ij} \quad (3.2.79)$$

$$= -\frac{2C\bar{\Delta}^2}{Pr_t} |\bar{S}| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad (3.2.80)$$

$$(3.2.81)$$

$$T_{\Theta j} = -2\nu_\Theta^* \tilde{S}_{ij} \quad (3.2.82)$$

$$= -\frac{2C\tilde{\Delta}^2}{Pr_t} |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x_j} \quad (3.2.83)$$

Sur la base de l'identité de Germano on peut alors construire  $R_{\Theta j}$  l'équivalent de  $L_{ij}$  et  $D_{\Theta j}$  l'équivalent de  $M_{ij}$  :

$$R_{\Theta j} = T_{\Theta j} - \widetilde{\tau_{\Theta j}} = \widetilde{\bar{\Theta} \bar{u}_j} - \tilde{\Theta} \tilde{u}_j \quad (3.2.84)$$

$$D_{\Theta j} = \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x_j} - \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad (3.2.85)$$

Une valeur dynamique du nombre de Prandtl turbulent peut alors être déduite de la méthode des moindres carrées, en minimisant l'erreur entre  $R_{\Theta j}$  et  $(2C/Pr_t)D_{\Theta j}$  :

$$\frac{\partial [(R_{\Theta j} - (2C/Pr_t)D_{\Theta j})^2]}{\partial (1/Pr_t)} = 0 \quad (3.2.86)$$

Une valeur dynamique de  $C/Pr_t$  peut être obtenue par substitution de  $C$  par  $C_{dyn}$  (3.2.75). Lilly fait alors apparaître un modèle sous-maille dynamique pour la thermique non

directement lié à  $C$  par une simple constante :

$$\frac{1}{Pr_t} = \frac{1}{2C} \frac{D_{\Theta j} R_{\Theta j}}{R_{\Theta j}^2} \quad (3.2.87)$$

$$= \frac{M_{ik}^2}{L_{ik} M_{ik}} \frac{D_{\Theta j} R_{\Theta j}}{R_{\Theta j}^2} \quad (3.2.88)$$

Le modèle de Germano-Lilly amène de récentes évolutions au modèle sous-maille initial de Germano. Premièrement, l'emploi de la méthode des moindres carrées pour déterminer la valeur du coefficient  $C$ . Deuxièmement, des moyennes sur le plan horizontal sont appliquées pour réduire les erreurs numériques dues aux valeurs négatives liées aux effets de backscattering. Enfin, Lilly met en place un modèle sous-maille dynamique spécifique à la thermique par l'intermédiaire d'un nombre de Prandtl turbulent variable. Le modèle de Germano-Lilly, implémenté par défaut dans Code\_Saturne et utilisé dans la suite de l'étude, ne prend pas en compte le calcul dynamique du nombre de Prandtl turbulent. La viscosité thermique sous-maille n'est que  $\nu_{\Theta} = \nu_t / Pr_t$  où  $Pr_t$  reste constant ce qui peut entraîner une mauvaise estimation locale de la diffusion pour la température potentielle.

### 3.2.2.3 Le modèle de Wong-Lilly (1994)

Le modèle de Wong-Lilly est un modèle de LES dynamique proche de celui proposé par Germano [Wong and Lilly, 1994]. Les viscosités sous-maille s'expriment, dans ce nouveau modèle, de la façon suivante [Basu and Porté-Agel, 2006]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_t = C_s^{2/3} \bar{\Delta}^{4/3} \epsilon^{1/3} \\ \quad = C_{\epsilon} \bar{\Delta}^{4/3} \\ \nu_t^* = C_s^{2/3} \tilde{\Delta}^{4/3} \epsilon^{1/3} \\ \quad = C_{\epsilon} \tilde{\Delta}^{4/3} \end{array} \right. \quad (3.2.89)$$

De même pour la température potentielle on a :

$$\nu_{\Theta} = \frac{C_{\epsilon}}{Pr_t} \bar{\Delta}^{4/3} \quad (3.2.90)$$

$$\nu_{\Theta}^* = \frac{C_{\epsilon}}{Pr_t} \tilde{\Delta}^{4/3} \quad (3.2.91)$$

La différence avec le modèle de Germano-Lilly est principalement liée au fait que le modèle de Wong-Lilly s'appuie sur une simplification des expressions des viscosités sous-maille. Nous observons que les expressions de  $\nu_t^*$ ,  $\nu_\Theta$  et  $\nu_\Theta^*$  sont quelque peu différentes des modèles dynamiques précédents. La viscosité, ici, est exprimée en fonction de la longueur de coupure et du taux de dissipation, conformément à la théorie de Kolmogorov. On s'appuie donc de  $|\overline{S}|$  et  $|\widetilde{S}|$  dans l'expression des viscosités sous-maille.

On a alors, aux deux échelles de coupure  $\overline{\Delta}$  et  $\widetilde{\Delta}$ , les tenseurs suivants :

$$\begin{cases} \tau_{ij} &= -2\nu_t \overline{S}_{ij} \\ \tau_{\Theta i} &= -\nu_\Theta \frac{\partial \overline{\Theta}}{\partial x_i} \end{cases} \quad (3.2.92)$$

$$(3.2.93)$$

$$\begin{cases} T_{ij} &= -2\nu_t^* \widetilde{S}_{ij} \\ T_{\Theta i} &= -\nu_\Theta^* \frac{\partial \widetilde{\Theta}}{\partial x_i} \end{cases} \quad (3.2.94)$$

Puis on applique l'identité de Germano :

$$\begin{aligned} L_{ij} &= T_{ij} - \widetilde{\tau}_{ij} = \widetilde{\overline{u_i u_j}} - \widetilde{\overline{u_i}} \widetilde{\overline{u_j}} \\ R_{\Theta i} &= T_{\Theta i} - \widetilde{\tau}_{\Theta i} = \widetilde{\overline{\Theta u_i}} - \widetilde{\overline{\Theta}} \widetilde{\overline{u_i}} \end{aligned} \quad (3.2.95)$$

Ces deux différences dépendent uniquement des champs résolus de vitesse et de température et sont donc directement calculables.

On peut faire maintenant la relation entre  $C_\epsilon$  et  $L_{ij}$  :

$$L_{ij} \approx 2C_\epsilon M_{ij} \quad (3.2.96)$$

$$\text{Avec : } M_{ij} = (\overline{\Delta}^{4/3} - \widetilde{\Delta}^{4/3}) \widetilde{S}_{ij}$$

De manière similaire à [Lilly, 1992] on cherche à minimiser l'erreur dénotée par :

$$(L_{ij} - 2C_\epsilon M_{ij})^2 \quad (3.2.97)$$

Le modèle cherche donc à déterminer quel coefficient  $C_\epsilon$  satisfait l'équation suivante :

$$\frac{\partial [(L_{ij} - 2C_\epsilon M_{ij})^2]}{\partial C_\epsilon} = 0 \quad (3.2.98)$$

Ce qui amène facilement aux deux relations suivantes dans le cas d'un fluide incompressible :

$$2C_\epsilon \bar{\Delta}^{4/3} = \frac{\langle L_{ij} \widetilde{\widetilde{S_{ij}}} \rangle}{[1 - (\widetilde{\Delta}/\bar{\Delta})^{4/3}] \langle \widetilde{\widetilde{S_{lm}}} \rangle} \quad (3.2.99)$$

$$\frac{C_\epsilon}{Pr_t} \bar{\Delta}^{4/3} = \frac{\langle R_{\Theta i} (\partial \widetilde{\widetilde{\Theta}} / \partial x_i) \rangle}{[1 - (\widetilde{\Delta}/\bar{\Delta})^{4/3}] \langle (\partial \widetilde{\widetilde{\Theta}} / \partial x_j)^2 \rangle} \quad (3.2.100)$$

#### 3.2.2.4 Le modèle LASDD de Porté-Agel et al. (2000)

Le modèle LASDD (Locally Averaged Scale-Dependent Dynamic model) [Porté-Agel et al., 2000] [Basu and Porté-Agel, 2005] [Basu et al., 2008] admet non pas deux mais trois longueurs de coupure différentes  $\bar{\Delta}$ ,  $\widetilde{\Delta}$  et  $\widehat{\Delta}$  tels que :

$$\widetilde{\Delta} = 2\bar{\Delta} \quad (3.2.101)$$

$$\widehat{\Delta} = 4\bar{\Delta} \quad (3.2.102)$$

Conformément au modèle de Germano-Lilly (3.2.2.3) qui ne considère que deux longueurs de coupure, nous avons :

$$\begin{cases} L_{ij} = \widetilde{\widetilde{u_i u_j}} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} = T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}} \\ M_{ij} = 2\bar{\Delta}^2 \left( \widetilde{\widetilde{|S|S_{ij}}} - 4\widetilde{|S|} \widetilde{\widetilde{S_{ij}}} \right) \\ C_{\bar{\Delta}} = \frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij}^2 \rangle} \end{cases} \quad (3.2.103)$$

Dans le modèle de Germano-Lilly on admet que le paramètre  $C_{\widetilde{\Delta}}$  déterminé à  $\bar{\Delta}$  est égal à  $C_{\widehat{\Delta}}$  déterminé à  $\widetilde{\Delta}$ . L'égalité  $C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\bar{\Delta}} = 1$  est alors vérifiée. Si cette dernière approximation n'est pas faite, le terme  $M_{ij}$  devient :

$$M_{ij} = 2\bar{\Delta}^2 \left( \widetilde{\widetilde{|S|S_{ij}}} - 4 \frac{C_{\widetilde{\Delta}}}{C_{\bar{\Delta}}} \widetilde{|S|} \widetilde{\widetilde{S_{ij}}} \right) \quad (3.2.104)$$

Mais dans ce cas, une inconnue  $C_{\widetilde{\Delta}}/C_{\bar{\Delta}}$  supplémentaire apparaît. Pour résoudre dynamiquement ce système d'équations on introduit un troisième longeur de coupure  $\widehat{\Delta} = 4\bar{\Delta}$ . Une deuxième identité de Germano peut être déduite :

$$Q_{ij} = \widehat{\widetilde{u_i u_j}} - \widehat{u_i} \widehat{u_j} = T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} \quad (3.2.105)$$

L'équivalent de  $M_{ij}$  à  $\hat{\Delta}$  devient :

$$N_{ij} = 2\bar{\Delta}^2 \left( \widehat{|\bar{S}|S_{ij}} - 4^2 \frac{C_{\hat{\Delta}}}{C_{\bar{\Delta}}} \widehat{|\bar{S}|S_{ij}} \right) \quad (3.2.106)$$

On obtient alors une deuxième valeur de  $C_{\bar{\Delta}}$  par la méthode des moindres carrés similaire à (3.2.103) :

$$C_{\bar{\Delta}} = \frac{1}{2} \frac{\langle Q_{ij} N_{ij} \rangle}{\langle N_{ij}^2 \rangle} \quad (3.2.107)$$

Il vient, naturellement, la relation suivante entre  $C_{\bar{\Delta}}$  déterminé à  $\tilde{\Delta}$  et à  $\hat{\Delta}$  :

$$\frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij}^2 \rangle} = \frac{\langle Q_{ij} N_{ij} \rangle}{\langle N_{ij}^2 \rangle} \quad (3.2.108)$$

Dorénavant on a une équation à deux inconnues  $\beta_1 = C_{\tilde{\Delta}}/C_{\bar{\Delta}}$  et  $\beta_2 = C_{\hat{\Delta}}/C_{\bar{\Delta}}$ . Le modèle de [Porté-Agel et al., 2000] consiste à résoudre :

$$\langle L_{ij} M_{ij} \rangle \langle N_{ij}^2 \rangle - \langle Q_{ij} N_{ij} \rangle \langle M_{ij}^2 \rangle = 0 \quad (3.2.109)$$

On relie alors  $\beta_1$  à  $\beta_2$  pour fermer le système. Le choix fait dans [Porté-Agel et al., 2000] est :

$$C_{\alpha\Delta} = \alpha^\omega C_{\Delta} \quad (3.2.110)$$

D'où :

$$\beta_1 = 2^\omega \quad (3.2.111)$$

$$\beta_2 = \beta_1^2 \quad (3.2.112)$$

La relation (3.2.109) peut être reformulée sous un polynôme en fonction de  $\beta$  :

$$P(\beta_1) = A_0 + A_1\beta_1^1 + A_2\beta_1^2 + A_3\beta_1^3 + A_4\beta_1^4 + A_5\beta_1^5 \quad (3.2.113)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_0 = b_2c_1 - b_1c_2 \\ A_1 = a_1c_2 - b_2e_1 \\ A_2 = b_2d_1 + b_1e_2 - a_2c_1 \\ A_3 = a_2e_1 - a_1e_2 \\ A_4 = -a_2d_1 - b_1d_2 \\ A_5 = a_1d_2 \end{cases} \quad (3.2.114)$$



Et :

$$\left\{ \begin{array}{ll} a_1 = -2\bar{\Delta}^2 4 < \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} L_{ij} >, & a_2 = -2\bar{\Delta}^2 4^2 < \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} Q_{ij} > \\ b_1 = -2\bar{\Delta}^2 < \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} L_{ij} >, & b_2 = -2\bar{\Delta}^2 < \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} Q_{ij} > \\ c_1 = \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 < \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} >, & c_2 = \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 < \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} > \\ d_1 = \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 4^2 < \widetilde{|\bar{S}|^2} \widetilde{S_{ij}} \widetilde{S_{ij}} >, & d_2 = \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 (4^2)^2 < \widehat{|\bar{S}|^2} \widehat{S_{ij}} \widehat{S_{ij}} > \\ e_1 = 2 \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 4 < \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} \widetilde{|\bar{S}|} \widetilde{S_{ij}} >, & e_2 = 2 \left(2\bar{\Delta}^2\right)^2 4^2 < \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} \widehat{|\bar{S}|} \widehat{S_{ij}} > \end{array} \right. \quad (3.2.115)$$

Il su t alors de trouver  $\beta_1$  pour que  $P(\beta) = 0$ , remplacer  $C_{\Delta}/C_{\Delta}$  par  $\beta_1$  dans (3.2.104) et en n déduire  $C_{\Delta}$  de léquation (3.2.103).

Le modèle LASDD est utilisé dans de nombreux articles traitant de modélisation atmosphérique : [Porté-Agel, 2004], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Basu et al., 2006], [Kleissl et al., 2006], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. Par rapport au modèle de Germano-Lilly qui se révèle trop peu di usif près du sol ou au modèle de Smagorinsky classique, le modèle LASDD permet d'avoir un paramètre  $C_{\Delta}$  dépendant du rapport d'échelle plus pertinent. De plus, comme on vient de le montrer, il nécessite la prise en compte d'un ltre supplémentaire qui n'est pas négligeable sur le temps de calcul et il reste di cile    généraliser sur les maillages non structurés complexes.

Ce modèle connaît une variante lagrangienne [Meneveau et al., 1996], [Bou-Zeid et al., 2005]. L  quation (3.2.103) au lieu d'admettre une moyenne horizontale  $\langle \cdot \rangle$  de son numérateur et de son dénominateur, utilise une moyenne lagrangienne  $\langle \cdot \rangle_{\mathcal{L}}$  [Stoll and Porté-Agel, 2006], [Wan et al., 2007], [Wan and Porté-Agel, 2011] :

$$C_{\Delta} = \frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle_{\mathcal{L}}}{\langle M_{ij}^2 \rangle_{\mathcal{L}}} \quad (3.2.116)$$

La moyenne est faite le long des trajectoires des particules luides au cours d'un temps caractéristique. Il est utilisé notamment pour des écoulements, inhomogènes ou en présence de géométries complexes. De plus la moyenne revêt un aspect plus local et est plus à même de décrire un luide anisotrope. Seulement ce type de procédé, en plus de ne pas être trivial    implémenter, fait intervenir une moyenne temporelle éloignée de la

philosophie des autres modèles sous-maille dynamiques qui n'utilisent que des moyennes spatiales.

### 3.2.3 Bilan et choix des modèles sous-maille

Dans la littérature, de très nombreux modèles sous-maille sont utilisés dans les simulations atmosphériques. Il est donc difficile de faire un choix arrêté du modèle à utiliser par la suite. Pour les simulations LES de la couche atmosphérique qui vont suivre nous allons étudier trois modèles sous-maille différents : le modèle de Smagorinsky, le plus classique et le plus simple dont la diffusivité trop importante est connue, le modèle de Germano-Lilly qui est le modèle dynamique le plus largement utilisé en mécanique des fluides et le modèle de Wong-Lilly, plus simple et plus rapide que le précédent, auquel a été ajoutée la paramétrisation dynamique sous-maille spécifique au scalaire thermique, la température potentielle. Les deux premiers sont par défaut dans Code\_Saturne et ont pour avantage d'avoir été validés préalablement sur un important nombre de cas. Enfin, le troisième a été utilisé dans [Dipankar, 2009](#) pour un cas atmosphérique laissant présager un bon comportement du modèle dans la suite de notre étude.

## Chapitre 4

### Code\_Saturne



Code\_Saturne est un code de mécanique des fluides open source, développé au sein de EDF R&D depuis 2001 [\(Archambeau et al., 2004\)](#). A l'origine destiné à des études menées dans le domaine du nucléaire, il comporte maintenant plusieurs modules distincts qui sont révélateurs de sa grande polyvalence (module atmosphérique, module compressible, module lagrangien, module de combustion des gaz, module électrique...). Nous nous intéresserons dans cette étude au module atmosphérique. Code\_Saturne a pour particularité d'utiliser des méthodes de volumes finis. Il supporte aussi bien les maillages structurés que les maillages non structurés ce qui s'avère très utile dans les simulations en géométrie complexe. Il utilise une grille co-localisée ce qui peut-être source d'instabilités numériques mais nous y reviendrons par la suite. J'ajouterai que sa structure est hautement parallélisable, facteur essentiel à la modélisation LES atmosphérique, haut-Reynolds, sur de grands domaines avec une résolution fine.

## 4.1 Le module atmosphérique

Le module atmosphérique a pour particularité de définir en tant que variable thermodynamique, la température potentielle  $\Theta$  ou la température potentielle liquide  $\Theta_l$  si l'on considère l'humidité dans l'atmosphère. Code\_Saturne résout alors l'équation d'évolution de la température potentielle ( $d\Theta/dt$ ). De plus, la variation verticale de la masse volumique est calculée à l'aide des variations de pression et de température potentielle. Enfin, en tant que lois de paroi, pour la paramétrisation de la couche de surface, la méthode analytique de Louis ou la méthode itérative de Monin-Obukhov, décrites précédemment, peuvent être activées.

## 4.2 Schémas numériques de Code\_Saturne

### 4.2.1 Algorithme SIMPLEC

Pour la discrétisation temporelle, Code\_Saturne utilise un algorithme à pas fractionnaire SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Corrected) [Archie et al., 2004] [Ferziger and Peric, 2002] [Benhamadouche, 2006] [van Doormal and Raithby, 1984]. Cette méthode se déroule en trois étapes distinctes : la prédiction de la vitesse par l'équation du mouvement, la résolution de l'équation de Poisson pour la pression à l'aide de la correction de la vitesse par le critère de continuité (divergence nulle du flux de masse) et enfin la mise à jour de la vitesse par le bon incrément de pression.

Prédiction :

Considérons le passage du pas de temps  $n$  au pas de temps  $n+1$ . L'exposant  $*$  notera toute variable obtenue à la fin de ce processus. La première étape consiste donc à prédire une vitesse  $u^*$  par la résolution semi-implicite de l'équation de mouvement. Pour cela on explicite le champ de pression  $P$  et le flux de masse  $\rho u_i$  (ou  $Q$ ). Les termes sources ainsi que le terme de compressibilité sont regroupés ici sous  $A^{n+\Theta_s} + B^n u^{(n+\Theta_f)}$  :

$$\frac{Q^* - Q^n}{\Delta t} + \nabla \cdot [u^{(n+\Theta_f)} \otimes Q^n - \mu (\nabla u^{(n+\Theta_f)})] = - \nabla P^{(n+\Theta_f-1)} + A^{n+\Theta_s} + B^n u^{(n+\Theta_f)} \quad (4.2.1)$$

Avec les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \underline{u}^{(n+\Theta_f)} = \Theta_f \underline{u}^* + (1 - \Theta_f) \underline{u}^n \\ P^* = P^n \end{cases} \quad (4.2.2)$$

La valeur de  $\Theta_f$  dé nit le  $\Theta$ -schéma que l'on utilise pour la discrétisation en temps. En LES  $\Theta_f = 1/2$  on parle alors de discrétisation du type Crank-Nicolson et en RANS  $\Theta_f = 0$  ce qui dé nit un schéma du type Euler implicite.  $\underline{A}$  dé nit la partie explicite des termes sources et le terme  $\underline{B} \underline{u}$  la partie implicite.  $\Theta_s$  dé nit une discrétisation du type Adams-Bashforth.

#### Correction :

Le vecteur  $u_i^*$  ainsi obtenu admet une divergence non nulle et ne répond donc pas à la condition de continuité. L'étape suivante permet la résolution de l'équation de Poisson avec la correction de la vitesse. Ainsi, on calcule  $\underline{Q}^{n+1}$  en respectant le critère incompressibilité donc la divergence nulle de la vitesse. A ce stade, le terme de convection et le terme de diffusion sont négligés.

$$\frac{\underline{Q}^{n+1} - \underline{Q}^*}{\Delta t} = -\nabla(P^{n+1} - P^*) \quad (4.2.3)$$

On prend alors en compte la condition de continuité suivante :

$$\nabla \cdot (\underline{Q}^{n+1}) = 0 \quad (4.2.4)$$

Si on considère maintenant la divergence de chacun des membres de l'équation de Poisson, on en déduit aisément la relation :

$$\nabla \cdot (\underline{Q}^{n+1} - \underline{Q}^*) = -\nabla \cdot (\Delta t \nabla (P^{n+1} - P^*)) \quad (4.2.5)$$

Au nal la condition de continuité est prise en compte :

$$\Delta t \nabla^2 (P^{n+1} - P^*) = \nabla \cdot \underline{Q}^* \quad (4.2.6)$$

#### Mise à jour de la vitesse :

En  $n$  la vitesse est mise à jour à partir du bon incrément de pression ( $P^{n+1} - P^*$ ) calculé à l'étape suivante et respectant la divergence nulle du flux de masse :

$$\underline{Q}^{n+1} = \underline{Q}^n - \Delta t \nabla (P^{n+1} - P^*) \quad (4.2.7)$$

L'ultime étape de l'algorithme consiste à résoudre l'équation d'évolution de la température potentielle et des autres hypothétiques scalaires à l'aide d'une approche similaire.

#### 4.2.2 Discrétisation spatiale

Concernant le schéma de convection, pour la discrétisation spatiale appliquée en LES, il s'agit d'un schéma centré pur d'ordre 2. Ce choix est fait de telle manière à avoir un schéma d'ordre assez élevé pour ne pas être trop difficilement utilisable numériquement. L'apparition du laplacien  $\nabla^2$  appliqué à la divergence de pression  $P^{n+1} - P^*$  peut engendrer, dans le cas de discrétisation co-localisée, des oscillations numériques. Elles sont en partie corrigées par l'utilisation d'un filtre de Rhie and Chow [Rhie and Chow, 1983] par l'intermédiaire de la constante d'Arakawa.

### 4.3 Les conditions limites

Différents types de conditions limites sont utilisés pour les simulations LES. Une des méthodes les plus souvent employées consiste à calculer les contraintes à la surface à l'aide du module de vitesse moyenné sur l'horizontal  $U(z, t)$  [Basu et al., 2003] [Porté-Agel et al., 2000].  $\tau_{i3,s}$  s'écrit alors :

$$\tau_{i3,s}(x, y, t) = -u_*^2 \left( \frac{\overline{u_i}(x, y, z, t)}{U(z, t)} \right) \quad (i = 1, 2) \quad (4.3.1)$$

Avec le module de vitesse moyenné :

$$U(z, t) = \langle (\overline{u_1}^2 + \overline{u_2}^2)^{1/2} \rangle \quad (4.3.2)$$

Ainsi à l'aide de la méthode de Monin-Obukhov (ou de Louis) on peut déduire  $\tau_{i3,s}$  :

$$\tau_{i3,s}(x, y, t) = \left( \frac{\kappa}{\ln(z/z_0) + \Psi_m} \right)^2 U(z, t) \overline{u_i}(x, y, z, t) \quad (4.3.3)$$

Cette méthode n'est valable que pour une turbulence homogène du fait qu'elle utilise, pour le calcul de  $\tau_{i3,s}$ , un module de vitesse  $U(z, t)$  commun à chaque verticale qui ne dépend spatialement que de  $z$ .

Le type de conditions limites qui sera utilisé dans la suite de cette étude ne nécessite pas obligatoirement un cas de turbulence homogène,  $\tau_{i3,s}$  est, ici, fonction du module du vent  $U(x, y, z, t)$  qui varie spatialement selon les trois coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les articles [Moeng, 1984], [Albertson and Parlange, 1999], [Albertson and Parlange, 1999], [Stoll and Porté-Agel, 2006] et [Stoll and Porté-Agel, 2006] y font notamment référence. Pour chaque face de bord on calcule donc  $U(x, y, z, t)$  localement pour déduire la valeur des contraintes à la surface  $\tau_{i3,s}$  :

$$\tau_{i3,s}(x, y, t) = -u_*^2 \left( \frac{\overline{u_i}(x, y, z, t)}{U(x, y, z, t)} \right) \quad (i = 1, 2) \quad (4.3.4)$$

$$(4.3.5)$$

Avec :

$$U(x, y, z, t) = (\overline{u_1}^2 + \overline{u_2}^2)^{1/2} \quad (4.3.6)$$

De même que précédemment à l'aide de la théorie de Monin-Obukhov (ou de Louis) :

$$\tau_{i3,s}(x, y, t) = \left( \frac{\kappa}{\ln(z/z_0) + \Psi_m} \right)^2 U(x, y, z, t) \overline{u_i}(x, y, z, t) \quad (4.3.7)$$

D'autres types de conditions limites existent dans la littérature. On peut citer par exemple celles qui consistent à estimer  $\tau_{i3,s}$  en fonction d'une vitesse instantanée  $\overline{u_i}(x + \Delta_x, y, z, t)$  pris avec un décalage  $\Delta_x$  dans le sens de l'écoulement renforçant, ainsi, la prise en compte d'éventuelles structures cohérentes inclinées près de la paroi [Piomelli et al., 1989]. Le choix du deuxième procédé a été dicté, en partie, par le fait que c'est la méthode de conditions limites implémentée par défaut dans Code\_Saturne et qu'elle a fait ses preuves dans de nombreuses autres simulations.

## 4.4 La méthode d'initialisation “Synthetic Eddy Method”

Différents types de méthodes permettent d'initialiser les fluctuations turbulentes pour les simulations LES. En l'absence de méthode spécifique, généralement la turbu-

lence est engendrée dans le domaine par l'amplification d'erreurs numériques produites par le code en condition périodique. Seulement ceci peut prendre du temps et reste incertain. De surcroît, un bruit aléatoire peut être ajouté sur les profils initiaux imposés à  $t = 0$  [Schmidt and Schumann, 1989]. Les fluctuations produites n'ont cependant aucune cohérence spatio-temporelle. Une autre méthode est d'imposer à l'instant initial les champs d'une précédente simulation. Mais cette méthode a notamment pour inconvénient évident, de nécessiter une modélisation supplémentaire. Une autre méthode, plus simple et plus efficace, existe : la Synthetic Eddy Method (SEM) [Jarrin et al., 2006].

La SEM consiste à générer des écoulements instationnaires réalistes, pour la LES, dès les premiers instants de la simulation à l'aide du minimum de statistiques. Elle permet de produire des structures turbulentes cohérentes en ajoutant une perturbation à la vitesse moyenne initiale de l'écoulement :

$$\bar{u}_i = \bar{u}_i + u_i^+ \quad (4.4.1)$$

Des tourbillons synthétiques, ayant des positions et des intensités aléatoires, sont alors créés dans le domaine à l'instant initial. L'expression de ces perturbations de vitesse  $u_i^+$  est :

$$u_i^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k_n=1}^N a h_j^{k_n} S_\sigma^{k_n} \quad (4.4.2)$$

$N$  est le nombre de structures générées,  $h_j^{k_n}$  un paramètre aléatoire compris entre  $(1, -1)$  et  $S_\sigma^{k_n}$  la fonction donnant la forme des tourbillons synthétisés. Ici, cette fonction est une fonction "tente" définie sur un support compact  $(-\sigma, \sigma)$  où  $\sigma$  représente l'échelle de longueur turbulente :

$$S_\sigma^{k_n} = \sqrt{V} \sigma^{-3} \prod_{m=1}^3 \sqrt{\frac{2}{3}} \left( 1 - \left| \frac{x_m - x_m^{k_n}}{\sigma} \right| \right) \quad (4.4.3)$$

$V$  représente le volume dans lequel les structures sont créées et est relié à l'énergie cinétique turbulente  $e$  par la relation :

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}} e \quad (4.4.4)$$

La SEM produit donc des fluctuations de vitesse nécessaire à l'initialisation de la turbulence et au développement des écoulements instationnaires. Cette méthode va être mise en place dans le cas de la modélisation atmosphérique.



## Chapitre 5

# Validation par la simulation d'une couche limite convective

### 5.1 Contexte et description de la simulation étudiée

La simulation LES d'une couche limite atmosphérique dans le cas convectif est un sujet bien documenté dont traitent de nombreux travaux comme nous l'avons vu précédemment [Deardor, 1970, 1972, 1974a, 1974b, 1980], [Moeng, 1984], [Mason, 1989], [Schmidt and Schumann, 1989], [Sykes and Henn, 1989], [Nieuwstadt et al., 1992], [Khanna and Brasseur, 1997], [Lewellen and Lewellen, 1998], [Sullivan et al., 1998], [Albertson and Parlange, 1999].. Suivant [Schmidt and Schumann, 1989] utilisant un modèle sous maille basé sur l'équation d'évolution de l'énergie turbulente sous-maille de [Dipankar, 2009], utilisant le modèle sous-maille de Wong-Lilly, nous nous intéressons, ici, à une couche limite convective de vitesse horizontale moyenne nulle où la production de la turbulence est, par définition, dominée par les forces de flottabilité qui prennent le dessus sur les forces de cisaillements. Il apparaît alors des structures turbulentes composées de zones d'air chaud ascendantes et des zones d'air froid descendantes. On parle de convection et de couche limite mélangée. Les mouvements d'air au sein de ce type de couche sont commandés par des grandes structures, des grands tourbillons. Pour la plupart ils sont plus grands que la largeur du filtre spatial. Ainsi l'importance de la partie sous-maille du modèle LES utilisé est petite devant celle de la partie résolue. Les forces de Coriolis sont, dans ce cas, négligées du fait qu'elles sont faibles et donc négligeables en conditions de vent moyen nul.

En s'appuyant sur les travaux réalisés par [Dipankar, 2009], à l'aide de Code\_Saturne et d'un seul modèle LES, nous testons, dans ce chapitre, différents modèles sous-maille : le modèle de Smagorinsky, le modèle de Germano-Lilly, le modèle de Wong-Lilly et le modèle WALE. De plus, nous étudions la sensibilité aux deux types de paramétrisation de la couche de surface à savoir la méthode analytique de Louis et la méthode itérative de Monin-Obukhov. Par la suite, les équations de Navier-Stokes sont modifiées afin de passer d'une configuration à masse volumique constante considérant l'approximation de Boussinesq, similaire à [Dipankar, 2009], à une configuration à masse volumique variable, plus standard pour Code\_Saturne. Nous proposons de cette analyse pour explorer les différents rôles des variables résolues, les contributions résolues et sous-maille des flux ainsi que quelques structures 3D via des coupes horizontales ou verticales du domaine.

### 5.1.1 Maillage et discrétisation temporelle de la simulation

Le domaine de simulation est un domaine de  $100 \times 100 \times 60$  cellules représentant un espace de  $5 \text{ km} \times 5 \text{ km} \times 3 \text{ km}$  (Fig. 5.1). Le maillage est donc régulier, isotrope et comprend  $6.10^5$  cellules de résolution  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$  similaire à [Schmidt and Schumann, 1989] et [Dipankar, 2009].

Le pas de temps utilisé est  $\Delta t = 5 \text{ s}$ . Les résultats sont étudiés après que la simulation ait atteint un état quasi-stationnaire, dès  $t = 1 \text{ h} 40 \text{ min}$ . Les résultats étudiés dans la suite de cette partie sont moyennés temporellement sur les 60 min précédant la fin de la simulation, intervenant au terme de  $15000 \text{ s}$ .

### 5.1.2 Les conditions limites

Les conditions limites sont périodiques dans les directions horizontales  $x$  et  $y$ . À la surface on a une paroi rugueuse  $\alpha_0 = 0.16 \text{ m}$ , sur laquelle est appliquée une condition de flux, de type Neumann, pour la température potentielle  $\Theta$ . Le flux thermique au sol  $Q_0$  est alors fixé à une valeur constante  $Q_0 = 0.06 \text{ K m s}^{-1}$ . Ce flux de surface va diriger la convection en créant des ascendances d'air chaud. Au sommet, est imposée pour toutes les variables  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{\Theta})$  une condition de flux nul, excepté pour la composante verticale de la vitesse  $\bar{w}$  qui est fixée, par une condition de Dirichlet, à 0.

Pour la paramétrisation des premières mailles, il sera utilisé, tour à tour, une paramétrisation du type Louis et Monin-Obukhov. Le but sera de comparer ces deux

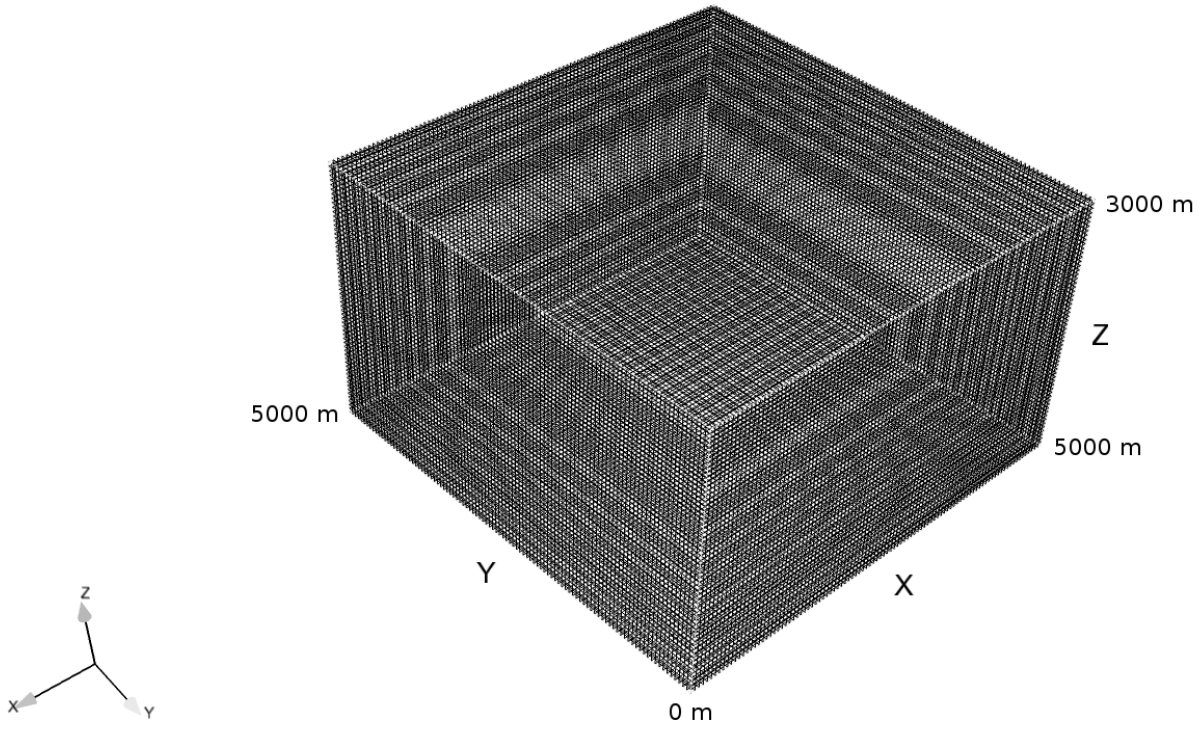


FIGURE 5.1 Le domaine de dimension  $5000\text{ m} \times 5000\text{ m} \times 3000\text{ m}$  utilisé pour la simulation LES d'une couche limite convective. Ce maillage est isotrope, régulier et comporte 622261 nœuds.

paramétrisations sur ce cas classique de convection.

### 5.1.3 Les conditions initiales

Concernant les conditions initiales à  $t = 0$  la vitesse et la température potentielle sont initialisées à :

Pour  $0 < z \leq z_{i,ini}$  :

$$\begin{cases} \bar{\Theta}_{ini}(z) = \bar{\Theta}_0 + 0.1r(1 - z/(0.844 z_{i,ini}))\Theta_{*,ini} \\ \bar{u}_{i,ini}(z) = 0.1r(1 - z/(0.844 z_{i,ini}))w_{*,ini} \end{cases} \quad (5.1.1)$$

Pour  $z > z_{i,ini}$  :

$$\begin{cases} \bar{\Theta}_{ini}(z) = \bar{\Theta}_0 + (z - (0.844 z_{i,ini})) \frac{d\bar{\Theta}}{dz} \\ \bar{u}_{i,ini}(z) = 0 \end{cases} \quad (5.1.2)$$

$z_{i,ini}$  dé nit la hauteur de la couche de mélange initiale qui est prise arbitrairement à  $z_{i,ini} = 1600 \text{ m}$ . Le terme de gradient vertical  $\frac{d\bar{\Theta}}{dz}$  est xé à  $0.003 K.m^{-1}$ . Le paramètre  $r$  est tiré de manière aléatoire entre  $-0.5$  et  $0.5$  a n d'initier la convection dans le domaine. Ce bruit aléatoire est appliqué sur les pro ls de  $\bar{\Theta}_i$  et de  $\bar{\theta}$  initiaux.

Le pro l initial de  $\bar{\Theta}$  comporte un gradient faible jusqu'à  $0.844 z_{i,ini}$  (Fig. 5.2). La température potentielle reste, alors, en moyenne proche de sa valeur au sol  $\bar{\Theta}_0$ . Cette première partie est donc la couche de mélange au sein de laquelle se déroule l'essentiel du brassage d'air provoqué par la convection. Il y a une inversion importante du gradient de température potentielle au niveau de  $0.844 z_{i,ini}$ , caractéristique du sommet de la couche d'entraînement. Au delà de cette altitude le pro l de  $\bar{\Theta}$  redevient fortement stable avec un gradient positif  $\frac{d\bar{\Theta}}{dz}$  : c'est l'atmosphère libre. Le pro l initial choisi reproduit un pro l type d'une couche limite convective la journée.

De plus, les échelles caractéristiques de la température  $\Theta_{*,ini}$  et de la vitesse convective  $w_{*,ini}$  sont déterminées à l'instant initial par :

$$\begin{cases} w_{*,ini} = (\beta g Q_0 z_{i,ini})^{\frac{1}{3}} \\ w_{*,ini} = 1.46 m.s^{-1} \end{cases} \quad (5.1.3)$$

$$\begin{cases} \Theta_{*,ini} = \frac{Q_0}{w_{*,ini}} \\ \Theta_{*,ini} = 0.041 K \end{cases} \quad (5.1.4)$$

Avec le ux thermique  $Q_0 = 0.06 K.m.s^{-1}$ ,  $\beta = 1/\bar{\Theta}_0 = 1/300 K^{-1}$  et la gravité  $g = 9.81 m.s^{-1}$ .

Dans la suite du calcul  $w_*$  et  $\Theta_*$  seront réestimés, à chaque pas de temps, à l'aide la hauteur de la couche limite  $z_i$  dé nie comme étant l'altitude où le ux vertical  $\langle w'\bar{\Theta}' \rangle$  atteint son minimum.

En n, au centre de la première maille près du sol, il est ajouté une faible vitesse convective égale à  $\sqrt{u_1(z)^2 + u_2(z)^2} = 0.07 (g u_* \Theta_* \Delta z / \bar{\Theta}_0)$  a n d'éviter des solutions étranges pour des écoulements de vitesse nulle (Schmidt and Schumann, 1989).

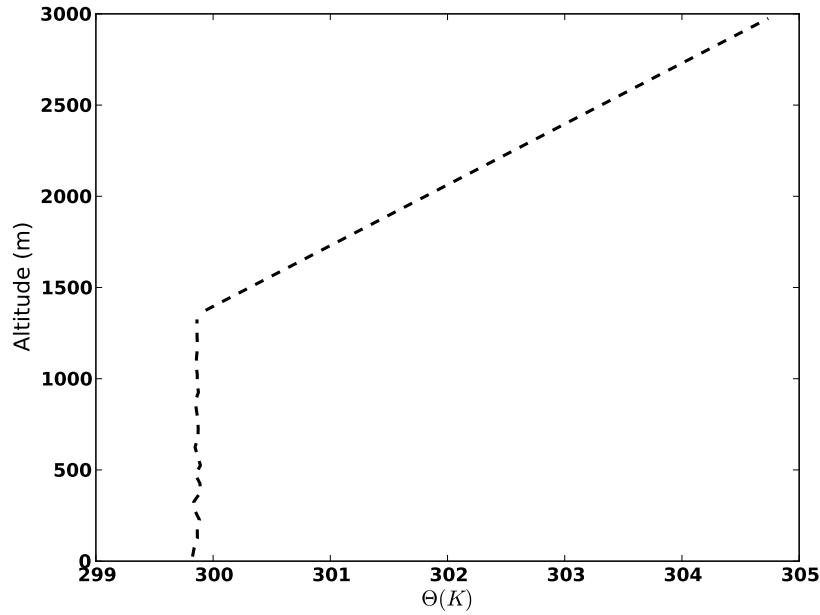


FIGURE 5.2 *Le profil initial de température potentielle. Il est divisé en trois parties distinctes. La première : la couche de mélange de gradient faible, la deuxième : la couche d'entraînement caractérisée par une inversion du gradient à  $0.844 z_{i,ini} = 1350$  m et la troisième : l'atmosphère libre, stable, de gradient  $\frac{d\langle\bar{\Theta}\rangle}{dz} = 0.003 K.m^{-1}$ .*

## 5.2 Validation du code

De manière identique à [Dipankar, 2009](#), nos travaux LES réalisés à l'aide de Code\_Saturne vont être confrontés aux résultats de [Schmidt and Schumann, 1989](#) pour validation. De plus ils seront comparés à des mesures faites en laboratoires et référencées dans les articles [Willis and Deardor, 1974](#) et [Deardor and Willis, 1985](#). Pour débiter, nous opterons pour une modélisation LES avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky, sachant que [Schmidt and Schumann, 1989](#) utilisent un modèle, proche de celui de [Deardor, 1980](#) détaillé précédemment, où les flux sous-maille et leurs composantes anisotropes sont estimés à l'aide d'équations au second ordre. Physiquement la hauteur de la couche limite  $z_i$  augmente sous l'action du chauffage au sol, il sera donc utilisé, pour l'étude des profils, des hauteurs adimensionnées  $z/z_i$  pour s'en rapprocher.

Pour la température potentielle normalisée  $\langle\bar{\Theta}\rangle/\Theta_*$  (Fig. 5.3) moyennée sur l'horizontale on remarque une quasi parfaite concordance des profils verticaux entre

ceux issus de notre simulation Code\_Saturne et ceux issus de [Schmidt and Schumann, 1989]. Dans la couche de mélange la température potentielle semble, tout de même, très légèrement plus élevée. Le premier point de notre profil se situe à 25m au-dessus du sol, ce qui correspond à l'altitude du premier centre de maille. A cette hauteur les deux profils se superposent idéalement. La différence au sol provient uniquement du fait que [Schmidt and Schumann, 1989] rapportent la valeur au sol, ce qui n'est pas le cas avec Code\_Saturne. Le gradient juste au-dessus ( $z_i = 1$ ) semble plus fort pour les résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] bien qu'il se relaxe peu après vers notre profil. Le profil moyen typique d'une couche limite convective est donc convenablement reproduit avec un gradient négatif près du sol dans la couche de surface, un gradient nul dans la couche de mélange, une inversion du gradient au niveau de la zone d'entraînement au sommet de la couche limite et au-delà, en fin, un gradient positif correspondant à l'atmosphère libre.

Concernant les profils verticaux des flux thermiques normalisés  $\overline{w'\theta'}/(w_*\theta_*)$  (Fig. 5.4) les résultats des deux simulations correspondent. Les mesures expérimentales de [Deardor and Willis, 1985] sont ajoutés en plus des autres profils. Les flux thermiques émanant de [Schmidt and Schumann, 1989] reportés sur les figures 5.4 (a) et 5.4 (c), sont, à la différence de Code\_Saturne, la somme de la partie résolue et de la partie sous-maille. Sur le graphique 5.4 (a), le profil vertical du flux provenant de Code\_Saturne est comparable à ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Le minimum négatif du flux, définissant la hauteur de couche limite ( $z_i = 1$ ), est plus faible dans notre cas et apparaît un peu plus haut. Ceci pouvant, peut-être, être expliqué par la différence du gradient de température potentielle au-dessus de (Fig. 5.3), vu dans le précédent paragraphe. Plus le gradient de température est fort au-delà de, plus le minimum de flux est important. Lors de la comparaison à [Deardor and Willis, 1985], notre simulation se révèle plus proche des mesures. En fin, à la surface nous remarquons que la partie résolue du flux ne suffit pas à reproduire un profil proche de [Schmidt and Schumann, 1989]. Sur la figure 5.4 (b) sont comparés les contributions des parties sous-maille des modèles LES. On remarque que la partie sous-maille du flux, dans Code\_Saturne, est plus faible à la surface. Tout le flux au sol dans [Schmidt and Schumann, 1989] provient de la contribution sous maille ce qui n'est pas le cas avec notre modèle qui résout environ 40% du flux. Le modèle sous-maille de [Schmidt and Schumann, 1989] admet une longueur caractéristique  $l_m$  variable en fonction de  $z$ , près de la surface  $l_m = \min(\frac{1}{3}(\overline{\Delta}_x + \overline{\Delta}_y + \overline{\Delta}_z), c_l z)$  où  $c_l = 0.845$ . Alors que, le modèle de Smagorinsky n'utilise que l'échelle de longueur

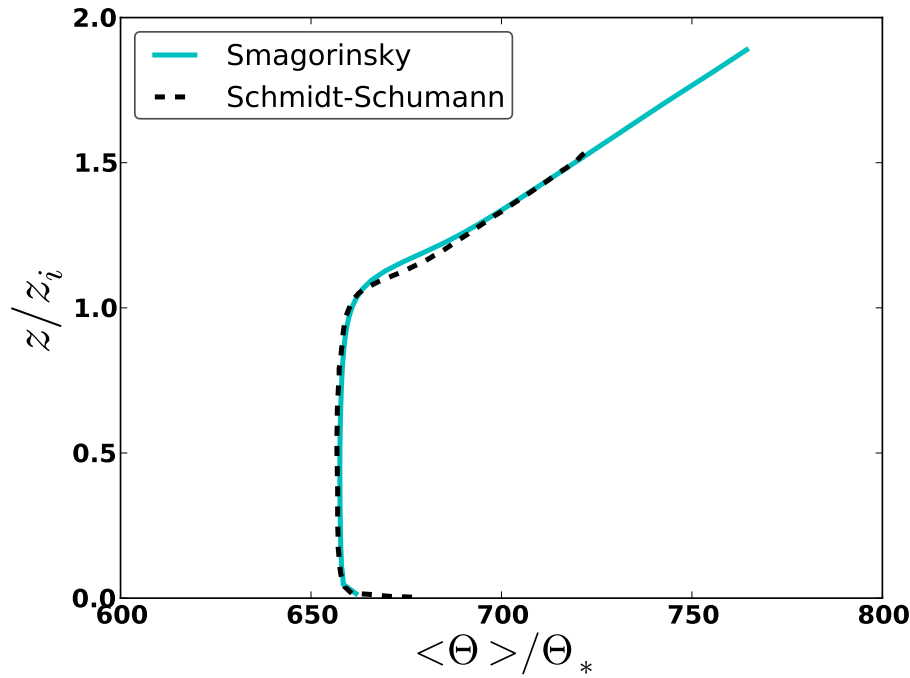


FIGURE 5.3 Température potentielle moyenne normalisée  $\langle \bar{\Theta} \rangle / \Theta_*$  en fonction de  $z/z_i$ . En trait bleu plein on retrouve les résultats de la simulation effectuée avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky à l'aide de Code\_Saturne [Smagorinsky] et en tiretés noirs les résultats provenant de [Schmidt and Schumann, 1989] [Schmidt-Schumann].

liée à la résolution, pour le calcul de la viscosité turbulente sous-maille. Cette différence peut-être à l'origine d'une relaxation, près du sol, de l'écart du modèle sous-maille dans le cas [Schmidt and Schumann, 1989] qui pourrait expliquer l'écart entre les deux profils. Dans le reste de la couche limite convective la contribution sous-maille est quasi nulle. Sur la figure 5.4 (c), lorsque sont comparées les sommes des contributions sous-maille et des flux résolus, les profils verticaux sont relativement proches excepté près de la surface où subsiste une légère différence expliquée en partie par les irrégularités provenant de la partie résolue du flux thermique. Nous verrons dans le prochain chapitre que cet écart provient d'oscillations numériques sur les vitesses verticales.

La comparaison des profils verticaux des variances normalisées  $\overline{u'^2} / w_*^2$ ,  $\overline{w'^2} / w_*^2$  et  $\langle \bar{\Theta}'^2 \rangle / \Theta_*^2$  (Fig. 5.5) apporte elle aussi de nombreuses informations. La confrontation des variances résolues de la simulation Code\_Saturne aux résultats des

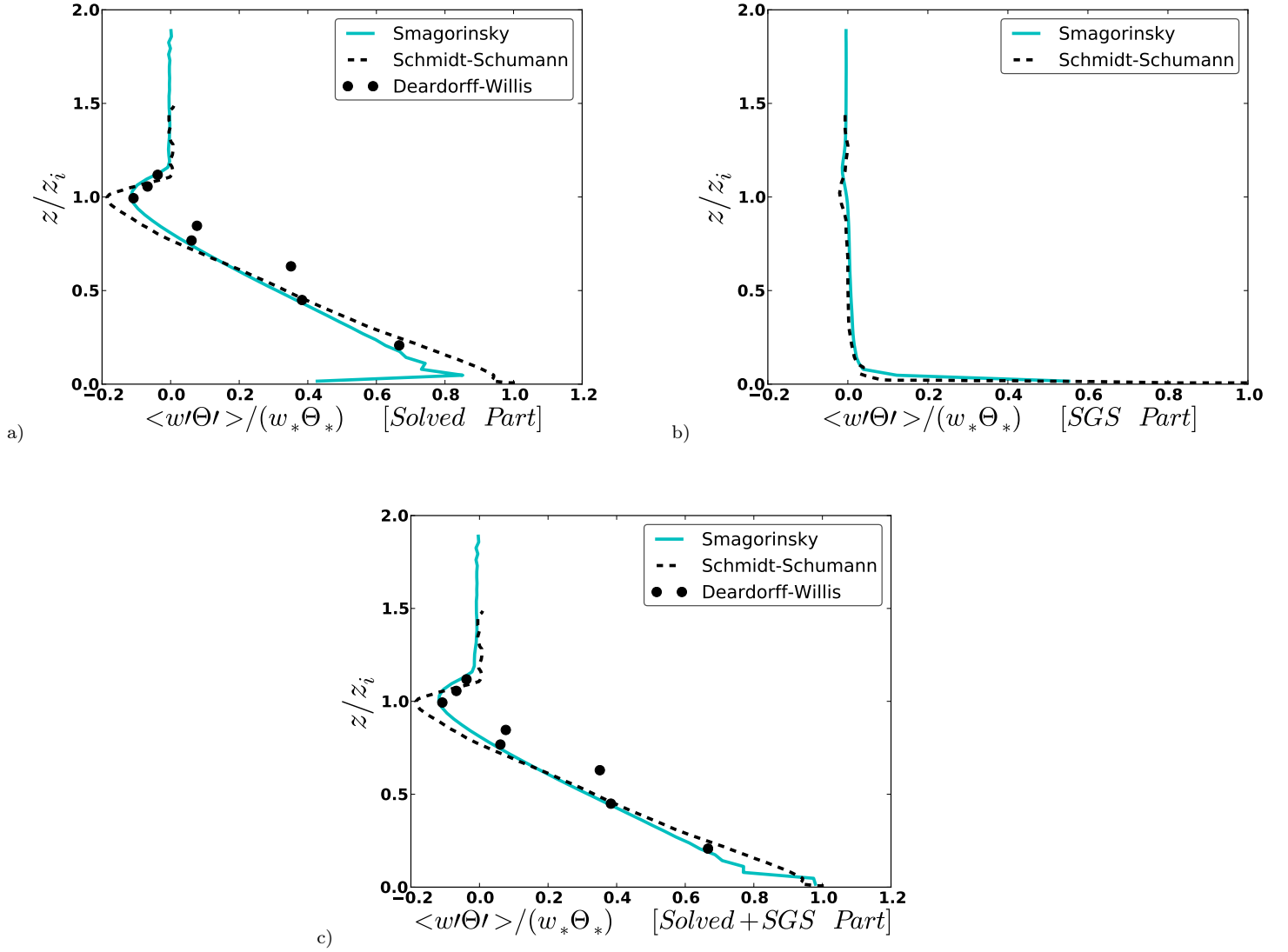


FIGURE 5.4 Flux thermiques verticaux normalisés  $\overline{w'\Theta'}/(\overline{w_*}\Theta_*)$  en fonction de  $z/z_i$ . La correspondance des lignes et des couleurs est similaire à la figure 5.3. De plus les symboles ronds noirs désignent des mesures effectuées en laboratoire par [Deardorff and Willis, 1985]. (a) représente la partie résolue du flux thermique de notre simulation, comparée à la somme de la partie résolue et sous-maille du flux issue de [Schmidt and Schumann, 1989] et de [Deardorff and Willis, 1985] (Solved Part). (b) rapporte les parties sous-maille du flux thermique (SGS part). Enfin (c) confronte les sommes de la partie résolue et de la partie sous maille des flux entre elles (Solved + SGS Part).



articles énumérés précédemment, représentant les sommes des parties résolues et de leurs composantes anisotropes, est réalisée. Pour  $\overline{u'^2} > /w_*^2$  les variations sont similaires mais notre modèle donne une variance plus faible de la vitesse horizontale. Seulement les autres résultats comprennent les contributions sous-maille indiquées sur la figure 5.5 pour [Schmidt and Schumann, 1989]. Ainsi, si on prend cette information en compte et que l'on ajoute la composante sous-maille à notre variance, on se retrouve avec un profil très proche des mesures expérimentales de [Willis and Deardor, 1974].

Un raisonnement similaire peut être fait pour les autres variances. Dans le cas de  $\overline{w'^2} > /w_*^2$  notre signal est superposé aux résultats de [Deardor and Willis, 1985] et est plus faible que ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Mais si nous prenons en compte la composante sous-maille, la variance se trouve être plutôt de l'ordre du profil de [Willis and Deardor, 1974]. De même pour  $\overline{\theta'^2} > / \theta_*^2$ , notamment à la surface où l'écart semble provenir essentiellement de la partie sous-maille. En fait, la variance de température potentielle, pour le modèle de Smagorinsky, admet un pic, autour de  $z/z_i = 1$ , plus en altitude que ceux des articles auxquels on se compare.

Malgré quelques différences proche de la surface, Code\_Saturne, avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky, permet de modéliser une couche atmosphérique convective proche des résultats expérimentaux et à ceux de [Schmidt and Schumann, 1989]. Cette étape nous a permis de valider notre LES dans un cas d'étude typique de la physique atmosphérique.

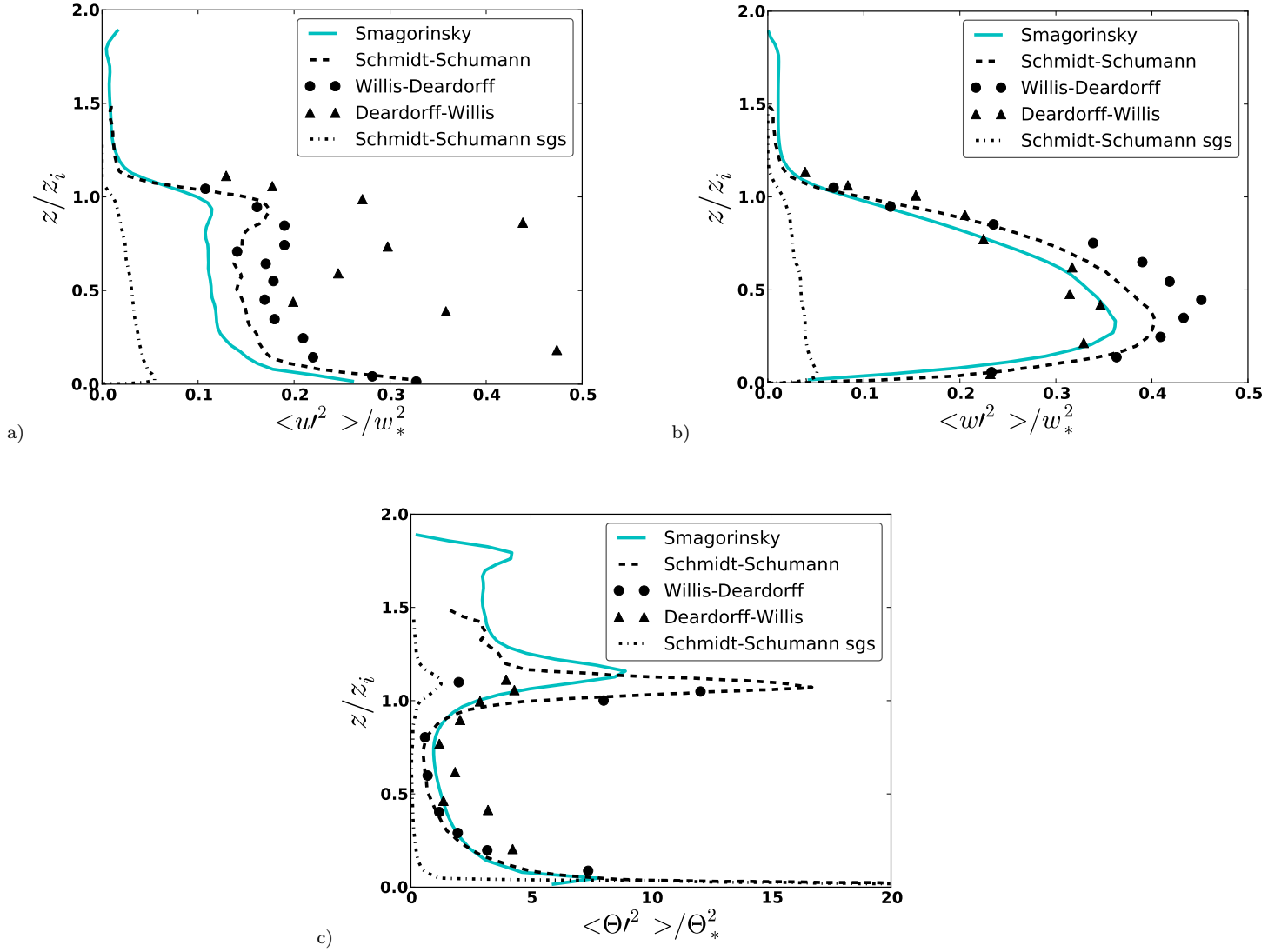


FIGURE 5.5 Variances normalisées (a)  $\langle \overline{u'^2} \rangle / w_*^2$ , (b)  $\langle \overline{w'^2} \rangle / w_*^2$  et (c)  $\langle \overline{\Theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$  en fonction de  $z/z_i$ . En bleu la partie résolue des différentes variances de la simulation Code\_Saturne. Les sommes de la partie résolue et de leurs composantes anisotropes sont représentées en tiretés noirs pour [Schmidt and Schumann, 1989], en symboles ronds noirs pour [Deardorff and Willis, 1985] et en symboles triangulaires noirs pour [Willis and Deardorff, 1974]. De plus est indiquée en pointillés-tiretés la contribution de la partie anisotropes des variances pour [Schmidt and Schumann, 1989].

### 5.3 Comparaisons de différentes paramétrisations de couche de surface

Le module atmosphérique de Code\_Saturne admet par défaut une paramétrisation de la couche limite atmosphérique conforme aux travaux de Louis [Louis, 1979] [Louis et al., 1982]. Par défaut dans Code\_Saturne, les constantes nécessaires au schéma de Louis sont  $a = 5$ ,  $b = 5$  et  $c = 5$ . De plus, il sera testé d'autres constantes  $a = 15$ ,  $b = 4$  et  $c = 5$ , déterminées à l'aide des données de la campagne Lannemezan qui s'est déroulée entre mai 1999 et mars 2001 [Musson-Genon et al., 2007] mieux adaptée à la paramétrisation locale de la couche limite de surface. En fin, cette étude permettra de confronter les résultats obtenus avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov [Monin and Obukhov, 1954], itérative, utilisant les fonctions récentes de Cheng and Brutsaert, 2005 (cf. Section 2.4). Les différentes paramétrisations citées ci-dessus seront référencées respectivement par les notations [L82], [MG07] et [MO54].

La première comparaison a été faite sur la vitesse de frottement moyenne  $\langle u_* \rangle$  normalisée par  $w_*$  (Fig. 5.6). Ainsi, peu de différences sont visibles entre le schéma de Louis et celui de Monin-Obukhov. De plus, entre la paramétrisation [L82] et la paramétrisation [MG07] aucun écart ne peut être distingué, preuve que dans ce cas les constantes  $b$  et  $c$  n'influent que très peu. La vitesse de frottement  $\langle u_* \rangle$  déterminée par les deux modèles de Louis semble proche de celle estimée à l'aide du modèle de Monin-Obukhov. Même si les paramétrisations [L82] et [MG07] produisent, en moyenne, une  $\langle u_* \rangle$  très légèrement plus faible que [MO54].

Les profils de température potentielle normalisée  $\langle \bar{\theta} \rangle / \Theta_*$  (Fig. 5.7) montrent une parfaite concordance de l'évolution de la température potentielle sur la verticale. On retrouve, comme dans l'étape de validation du code, un gradient de la température potentielle normalisée plus faible au-dessus de  $z/z_i = 1$ . Sinon au-dessous de cette valeur aucune différence n'est remarquée. Les différentes paramétrisations n'influencent pas le profil moyen de température potentielle.

Les flux  $\langle \overline{w'\theta'} \rangle / (w_* \Theta_*)$  et la variance de la température potentielle  $\langle \overline{\theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$  sont identiques quelque soit la paramétrisation (Fig. 5.8). Les différents profils de Code\_Saturne se superposent exactement. Quelques nuances apparaissent cependant sur les profils de variance de vitesse verticale et horizontale. Concernant  $\langle \overline{w'^2} \rangle / w_*^2$  la paramétrisation de Monin-Obukhov produit plus de fluctuations vers  $z/z_i = 0.4$ . Ce pic de variance est produit essentiellement par l'accélération des structures thermiques

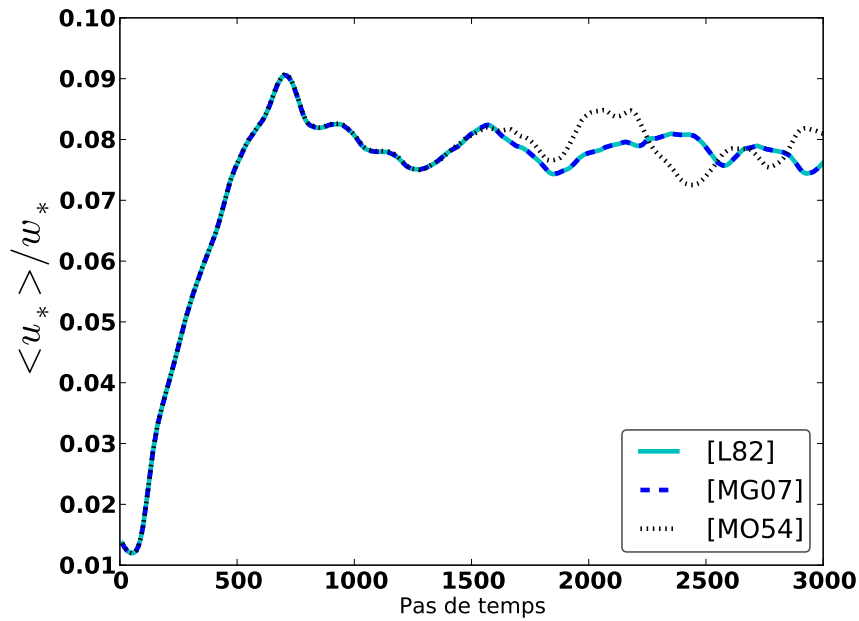


FIGURE 5.6 Vitesse de frottement moyenne normalisée  $\langle u_* \rangle / w_*$  en fonction du pas de temps. Les résultats des paramétrisations de Louis sont représentés par des pointillés noirs pour la méthode [L82] et par des tiretés bleus foncés pour la méthode [MG07]. La paramétrisation de Monin-Obukhov, [MO54], est représentée par une ligne bleue claire.

ascendantes de la convection. La paramétrisation [MO54] semble engendrer un courant ascendant plus important dû sûrement à une différence de  $w_*$  calculé. On se rapproche ainsi de la modélisation de Schmidt and Schumann, 1989. Concernant la variance de vitesse horizontale, un léger écart est présent au bas du profil. La forte valeur de la variance  $\langle \overline{u'^2} \rangle / w_*^2$  au bas du domaine est provoquée par l'important cisaillement de vent dans la couche de surface. Ensuite, la variance diminue plus fortement pour [MO54] que pour [L82] [MG07] jusqu'à  $z/z_i = 0.2$  puis reste constante dans la couche de mélange.

Il est difficile de déterminer laquelle des paramétrisations est la plus adaptée à la LES. Les méthodes de Louis ne présentent aucune différence et la méthode de Monin-Obukhov est similaire en de nombreux points aux deux autres. Ni les mesures, ni les résultats de Schmidt and Schumann, 1989 ne peuvent discriminer une des méthodes. Nous poursuivrons le reste des études avec une paramétrisation du type [MO54], itéra-

tive.

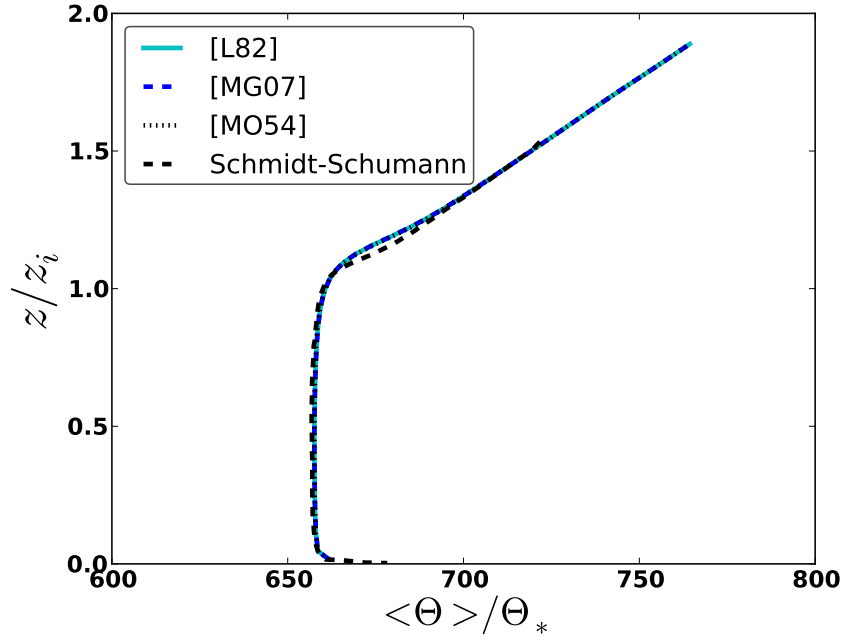


FIGURE 5.7 Température potentielle pondérée, moyennée sur l'horizontal  $\langle \bar{\Theta} \rangle / \Theta_*$ . En bleu clair sont représentés les profils utilisant la paramétrisation [L82], en tiretés bleus foncés ceux utilisant la paramétrisation [MG07], en pointillés noirs ceux utilisant la paramétrisation [MO54] en tiretés noirs les résultats issus de [Schmidt and Schumann, 1989].

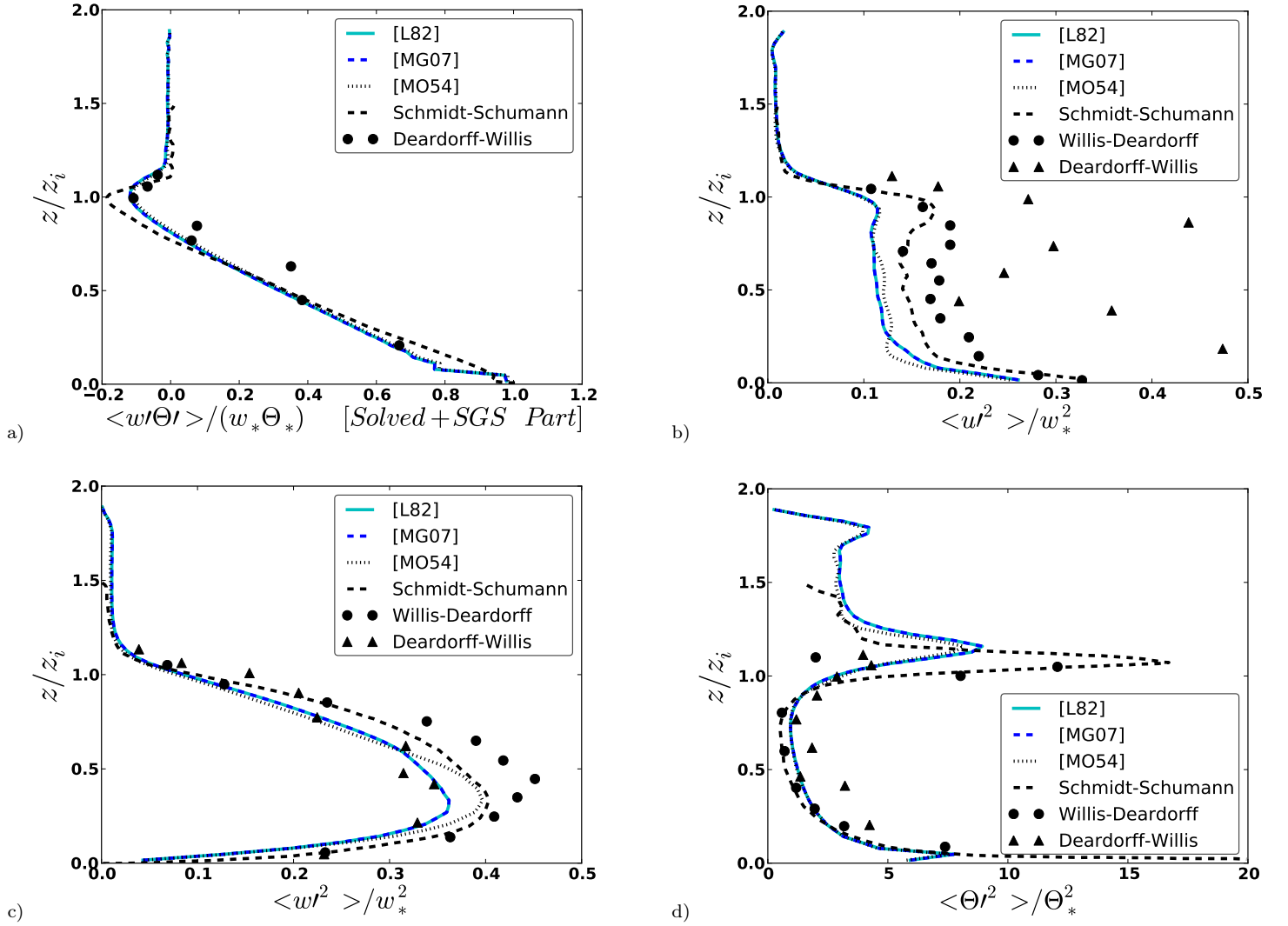


FIGURE 5.8 (a) Somme de la contribution sous-maille et de la partie résolue des flux thermiques  $\langle \overline{w'\theta'} \rangle / (w_* \theta_*)$  [Solved + SGS Part]. Variances normalisées (b)  $\langle \overline{u'^2} \rangle / w_*^2$ , (c)  $\langle \overline{w'^2} \rangle / w_*^2$  et (d)  $\langle \overline{\theta'^2} \rangle / \theta_*^2$  en fonction de  $z/z_i$ . En bleu clair sont représentés les profils utilisant la paramétrisation [L82], en tiretés bleus foncés ceux utilisant la paramétrisation [MG07] et en pointillés noirs ceux utilisant la paramétrisation [MO54]. Les correspondances des autres lignes et symboles sont similaires à la figure 5.5.

## 5.4 Comparaisons de différents modèles sous-maille

Dans cette partie, différents modèles sous-maille seront testés avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov. Les quatre modèles utilisés seront le modèle de Smagorinsky, le modèle dynamique de Germano-Lilly, le modèle WALE et le modèle dynamique de Wong-Lilly incorporant un modèle sous-maille pour la partie thermique (cf. Section 3.2.1 et Section 3.2.2). Il sera mis en évidence les écarts qu'implique le changement de modèle sous-maille dans les simulations Code\_Saturne. Ce test de sensibilité nous montrera la relative importance du modèle sous-maille utilisé dans le cas d'une couche convective atmosphérique.

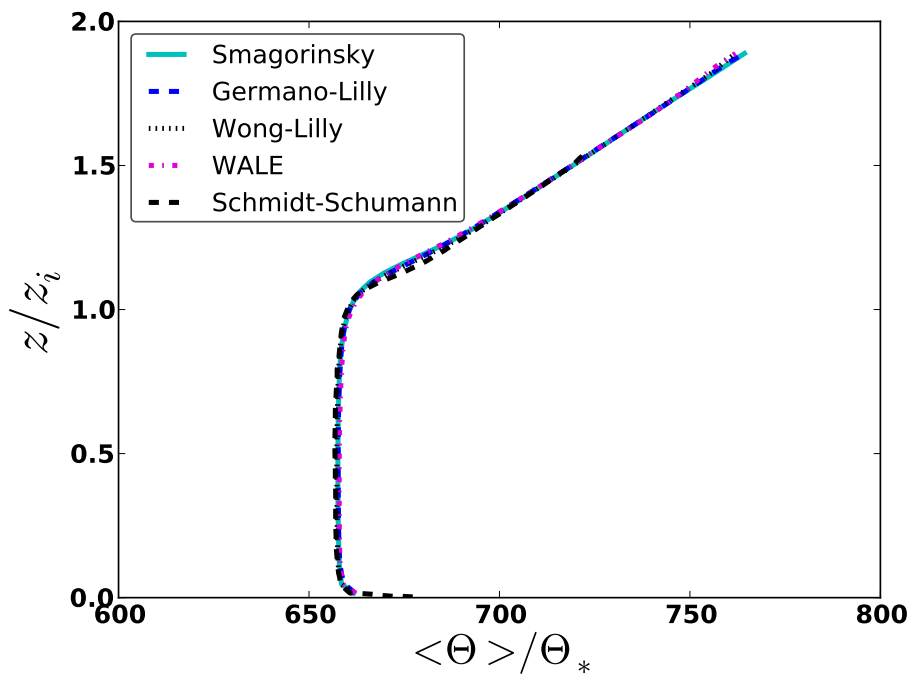


FIGURE 5.9 Température normalisée moyenne  $\langle \bar{\Theta} \rangle / \Theta_*$  en fonction de  $z/z_i$ . En bleu clair on retrouve le modèle de Smagorinsky, en tiretés bleus foncés le modèle de Germano-Lilly, en pointillés noirs le modèle de Wong-Lilly et en pointillés-tiretés roses le modèle de WALE.

Premièrement concernant les profils moyens de  $\bar{\Theta} / \Theta_*$  aucun écart n'apparaît entre les différents modèles sous-maille (Fig. 5.9). Les quatre simulations épousent rigoureusement la même courbe et sont très proches des résultats de Schmidt and Schumann,

1989]. La modification du modèle ne semble donc pas affecter la température moyenne résolue  $\langle \bar{\Theta} \rangle$ .

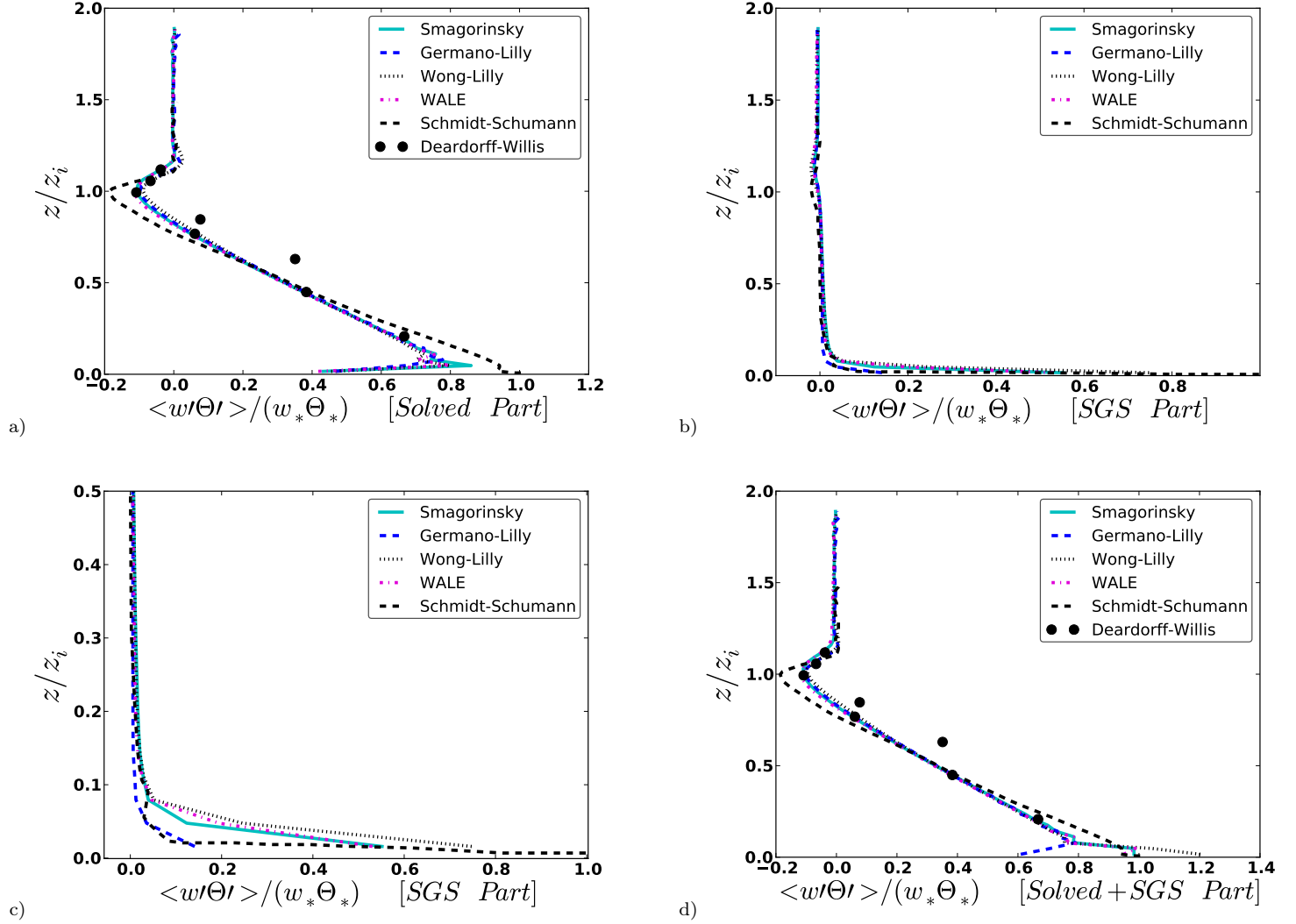


FIGURE 5.10 Flux thermiques normalisés  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle / (w_* \Theta_*)$  en fonction de  $z/z_i$ . (a) les flux résolus comparés à la somme de la partie résolue et la partie sous-maille de [Schmidt and Schumann, 1989]. (b) la comparaison des contributions sous-maille. (c) représente le zoom de (b) proche de la surface. (d) la comparaison des flux totaux. En bleu clair on retrouve le modèle de Smagorinsky, en tiretés bleus foncés le modèle de Germano-Lilly, en pointillés noirs le modèle de Wong-Lilly et en pointillés-tiretés roses le modèle de WALE. Les symboles ronds noirs représentent les mesures issues de [Deardorff and Willis, 1985].



Les flux thermiques  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle / (w_*\Theta_*)$ , pour leurs parties résolues, se comportent de façon similaire (Fig. 5.10). Quelques très légères différences sont visibles au bas du domaine. Cependant les contributions sous-maille des flux montrent des variations importantes. Ceci paraît logique, du fait que, selon le modèle LES employé, la partie sous-maille du flux  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle$ ,  $\tau_{3\Theta}$ , n'est pas calculé à partir des mêmes équations et n'incorpore pas la même physique. Sur la figure 5.10 (c), en dessous de  $z/z_i = 0.2$ , les flux issus du modèle de Smagorinsky et du modèle de WALE, deux modèles non-dynamiques, sont similaires. Les modèles dynamiques, pour leur part, se comportent très différemment l'un de l'autre. Le modèle de Germano-Lilly ne produit qu'une très faible contribution sous-maille, encore plus petite que les modèles non-dynamiques. Le modèle de Wong-Lilly, au contraire produit un flux sous-maille important se rapprochant de celui de [Schmidt and Schumann, 1989]. Les flux totaux, somme de la partie résolue et sous-maille, sont par conséquent impactés par les différences entre les modèles. Les parties résolues étant quasi identiques la tendance des contributions sous-maille se retrouvent sur les flux totaux. Ainsi les modèles non-dynamiques reproduisent les mêmes flux tandis que le modèle de Germano-Lilly, avec une contribution sous-maille pas assez importante, reste faible à la surface modélisant une inversion de flux à  $z/z_i = 0.2$  et le modèle Wong-Lilly produit le flux le plus important à la surface.

Concernant les variances résolues de vitesse horizontale, le modèle de Germano-Lilly se distingue des autres par une valeur plus forte près du sol, superposée aux résultats de [Schmidt and Schumann, 1989] et synonyme de cisaillement plus intense dans la couche de surface 5.11. Sinon, les autres modèles sont proches les uns des autres. Pour la variance de vitesse verticale, c'est au tour du modèle de Wong-Lilly de se distinguer, autour de  $z/z_i = 0.4$ , par une amplitude plus faible et plus proche des observations de [Deardor and Willis, 1985]. De même pour  $\langle \overline{\Theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$  où, à la différence des autres modèles, le pic de variance est plus important au niveau de  $z/z_i$ . Le pic de  $\langle \overline{\Theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$  est généralement dû à deux phénomènes. Le premier, le plus évident, est la pénétration des cellules convectives dans l'atmosphère stable au-dessus de la couche limite dite libre. Cela crée des fluctuations thermiques importantes du fait de la différence de température entre les thermiques ascendantes et la couche stable qui peuvent générer des ondes de gravité ou de convection (à la fréquence de Brunt-Väisälä) dans l'atmosphère libre [Beull, 1989]. L'autre phénomène pouvant contribuer, à moindre ampleur, à ce pic, sont les instabilités de Kelvin-Helmholtz. Elles sont provoquées par le cisaillement du vent entre la couche de mélange avec un vent sub-géostrophique et l'atmosphère libre avec un vent

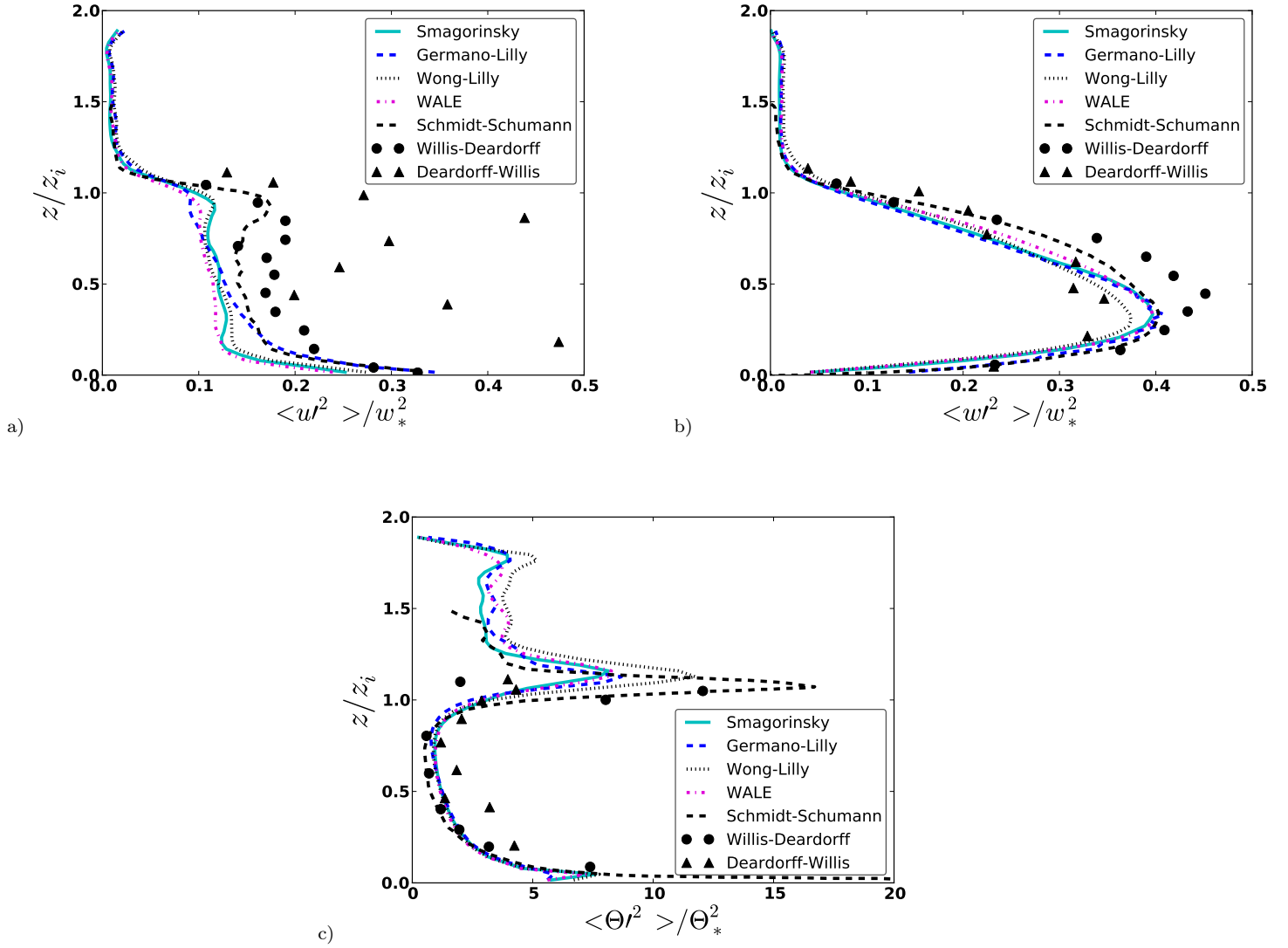


FIGURE 5.11 Variances normalisées (a)  $\langle \overline{u'^2} \rangle / w_*^2$ , (b)  $\langle \overline{w'^2} \rangle / w_*^2$  et (c)  $\langle \overline{\Theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$  en fonction de  $z/z_i$ . Les correspondances des lignes et des symboles sont similaires à la figure 5.10. De plus les symboles triangulaires représentent les mesures issues de [Willis and Deardorff, 1974].

géostrophique [Stull, 1988]. La somme de ces deux derniers processus physiques semble plus important avec le modèle de Wong-Lilly se rapprochant ainsi des mesures de [Willis and Deardorff, 1974] et du profil de [Schmidt and Schumann, 1989].

De plus il est important d'avoir une idée de l'influence de la partie thermique dans

le modèle Wong-Lilly. On peut imaginer ne pas appliquer de modèle dynamique sous-maille pour la thermique et ainsi déterminer de deux manières différentes la viscosité sous-maille thermique  $\nu_\Theta = \nu_t / Pr_t$ . La première identique à la section 3.2.2.3 utilisée depuis le début de l'étude, prend en compte le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  calculé dynamiquement pour déterminer  $\nu_\Theta$ . La deuxième méthode ne déterminerait  $\nu_\Theta$  qu'à partir d'un nombre de Prandtl turbulent constant  $Pr_t = cste$ . C'est ce qui est fait, pour la partie thermique, dans les trois autres modèles Smagorinsky, Germano-Lilly et WALE.  $\nu_\Theta$  n'est alors que la viscosité  $\nu_t$ , déterminée spécifiquement pour chaque modèle, à une constante  $Pr_t$  près. Il n'y a donc plus de dissociation de la partie dynamique et thermique pour le modèle sous-maille.

Sur la figure 5.12 concernant les flux thermiques totaux, il apparaît que le modèle de Wong-Lilly, après avoir substitué l'estimation dynamique du nombre de Prandtl turbulent par un nombre de Prandtl turbulent constant, produit des flux thermiques verticaux plus faibles à la surface  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle / (w_* \Theta_*)$  se rapproche ainsi du modèle de Smagorinsky et des résultats de Schmidt and Schumann, 1989 au bas du domaine. Le modèle dynamique du nombre de Prandtl turbulent joue de manière non négligeable sur le flux thermique vertical l'augmentant significativement sur les premières mailles. Pour les variances normalisées de vitesse, peu de différences apparaissent. Nous relèverons cependant, que le profil de variance de température potentielle est le plus impacté. Notamment au-dessus de  $z_i$  où le modèle dynamique thermique augmente la variance  $\langle \overline{\Theta'^2} \rangle / \Theta_*^2$ . Vers  $z/z_i = 1.2$ , en enlevant le nombre de Prandtl turbulent dynamique, le pic de variance diminue se rapprochant alors du modèle de Smagorinsky et de Germano-Lilly.

Le test de sensibilité aux modèles sous-maille nous démontre le peu d'impact des modèles sur les profils moyens de température potentielle résolue. Les contributions sous-maille des flux thermiques verticaux semblent les plus sensibles au type de modèle utilisé. Les modèles non-dynamiques de Smagorinsky et WALE se comportent de façon similaire près du sol et sont peu différents de ceux de Schmidt and Schumann, 1989 à quelques artefacts près. Toujours concernant les flux, les modèles dynamiques se comportent différemment au bas du domaine : là où le modèle Germano-Lilly semble sous-estimer le flux, le modèle Wong-Lilly semble le surestimer. Malgré tout, les variances, quoique souvent plus faibles que celles de Schmidt and Schumann, 1989 comprenant, en plus, la partie isotrope, semblent toutes respecter, en moyenne, les mêmes tendances et les mêmes profils. En fin il était intéressant de tester l'effet de la partie dynamique pour la viscosité

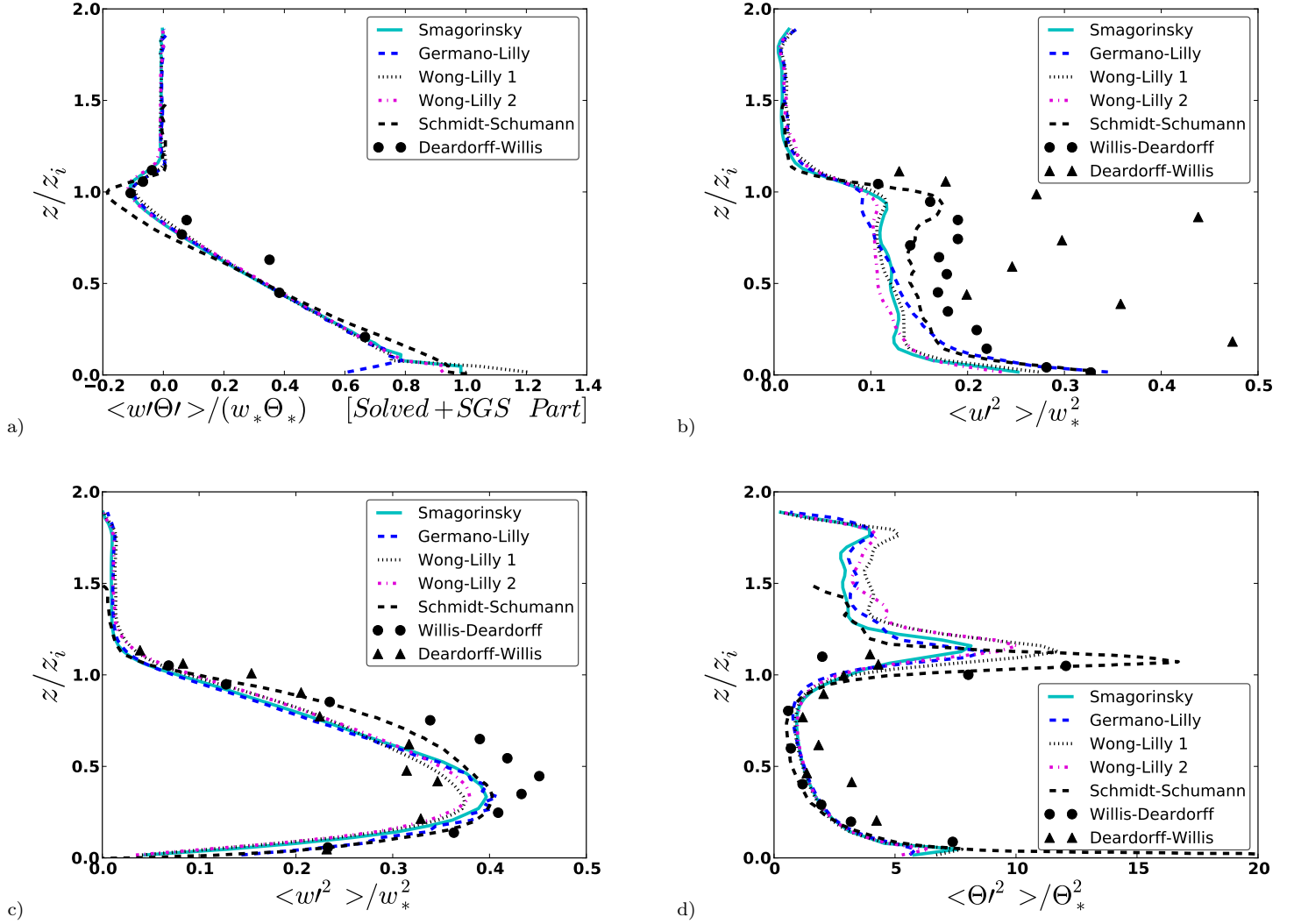


FIGURE 5.12 Flux thermiques et variances normalisées (a)  $\langle w'\Theta' \rangle / (w_* \Theta_*)$ , (b)  $\langle u'^2 \rangle / w_*^2$ , (c)  $\langle w'^2 \rangle / w_*^2$  et (d)  $\langle \Theta'^2 \rangle / \Theta_*^2$  en fonction de  $z/z_i$ . Les correspondances des lignes et des symboles sont similaires à la figure 5.10, excepté les pointillés-tiretés roses qui représentent le modèle de Wong-Lilly sans calcul dynamique du nombre de Prandtl turbulent [Wong-Lilly 2].

sous-maille  $\nu_\Theta$  et de s'apercevoir qu'elle était en partie responsable de la surestimation du flux thermique vertical au sol. Cette sensibilité aux modèles sera réétudiée dans la suite dans une étude plus complète d'un cas diurne d'évolution de la couche limite atmosphérique.

## 5.5 Les champs instantanés

Les champs de vitesse verticale et de température potentielle seront étudiés plus précisément afin de mieux comprendre la dynamique de l'atmosphère dans les cas convectifs.

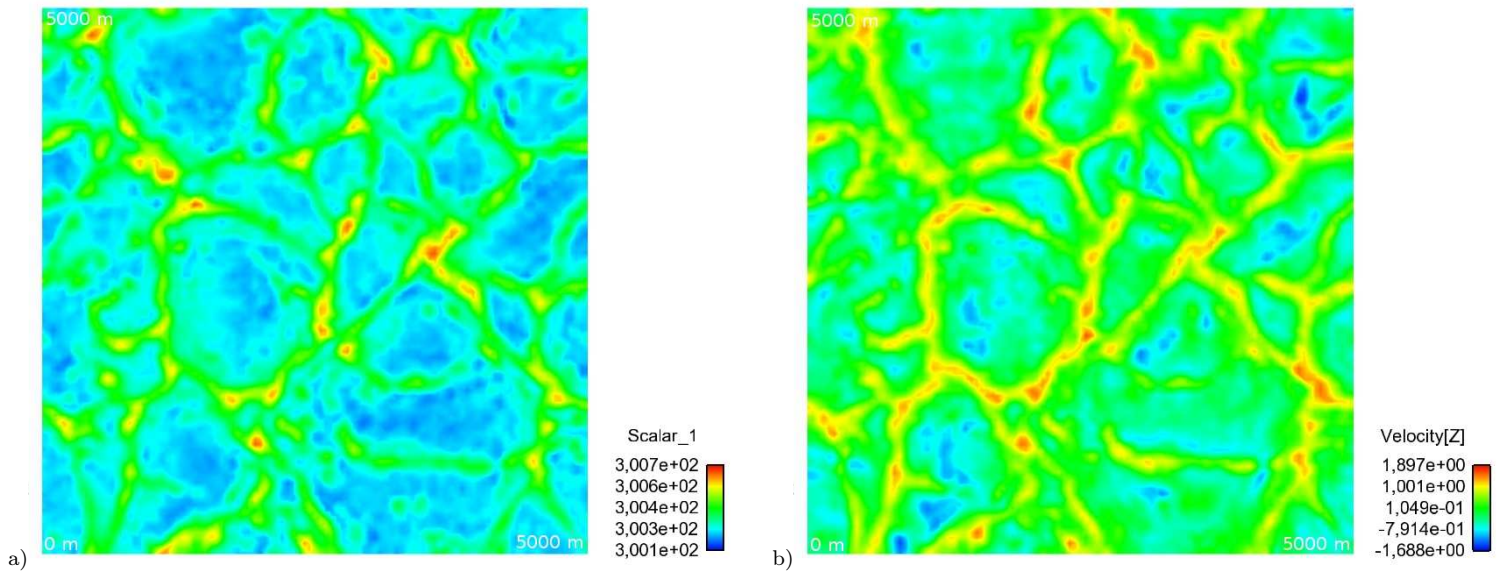


FIGURE 5.13 Coupe du domaine à  $z = 100 \text{ m}$  des champs 3D résolus de (a) température potentielle  $\bar{\Theta}$  (Scalar\_1) et (b) vitesse verticale  $\bar{w}$  (Velocity[z]).

Sur la figure 5.13 on observe la corrélation entre la coupe horizontale à 100m de vitesse verticale  $\bar{w}$  et celle de la température potentielle  $\bar{\Theta}$ . Les zones de vitesse verticale positive sont associées à des températures plus fortes que l'air environnant, synonyme de cellules convectives ascendantes. Au contraire, les zones de température potentielle plus faible sont associées à des cellules descendantes. Les parcelles d'air ascendantes sont à 100 m réparties selon de ne formes géométriques. Sur la figure 5.14 à 700 m les coupes des champs instantanés  $\bar{w}$  et  $\bar{\Theta}$  perdent en corrélation. Les champs sont moins réguliers et ils perdent leur structure géométrique. Les cellules convectives ont une vitesse verticale et une taille plus importantes mais sont moins nombreuses.

A 1500 m, proche du sommet de la couche limite, sur la figure 5.15 les champs perdent encore en corrélation. De plus, les parcelles ascendantes se font plus rares, ne subsistant qu'à quelques endroits qui représentent les lieux où les thermiques pénètrent dans l'atmosphère libre stable. Tous ces phénomènes décrits jusqu'alors sont similaires



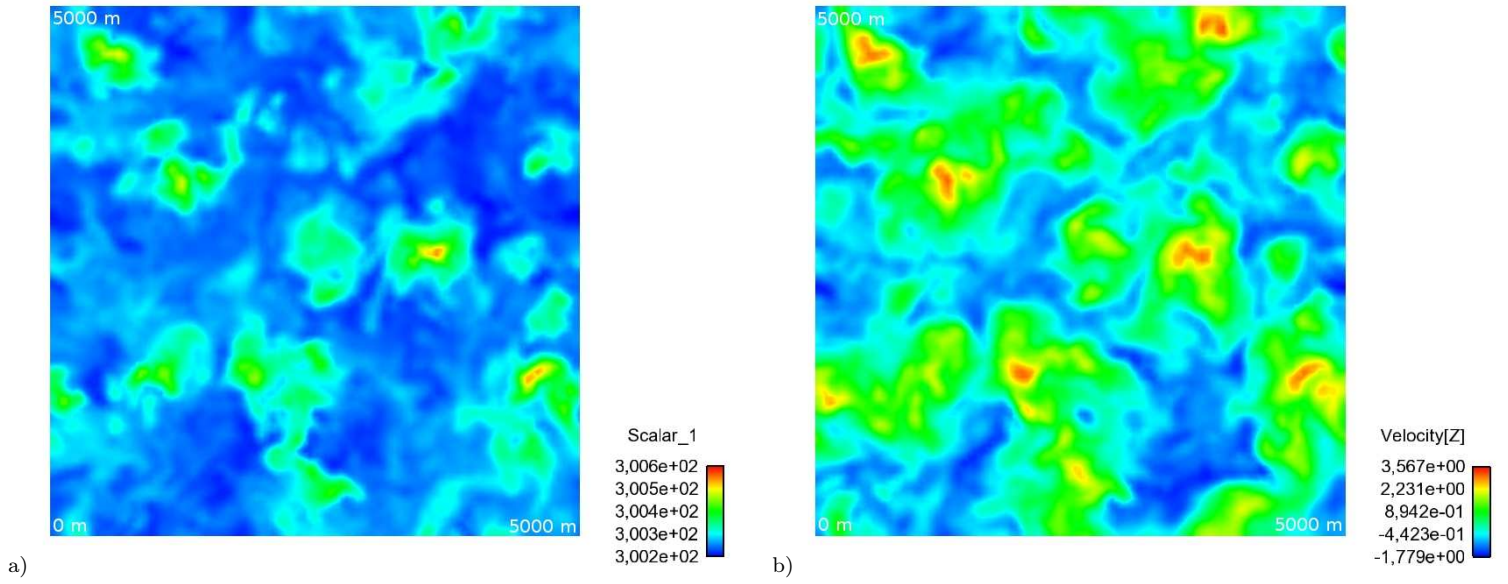


FIGURE 5.14 Coupes du domaine à  $z = 700$  m du champs 3D résolu de (a) température potentielle  $\bar{\Theta}$  (Scalar\_1) et (b) vitesse verticale  $\bar{w}$  (Velocity[z]).

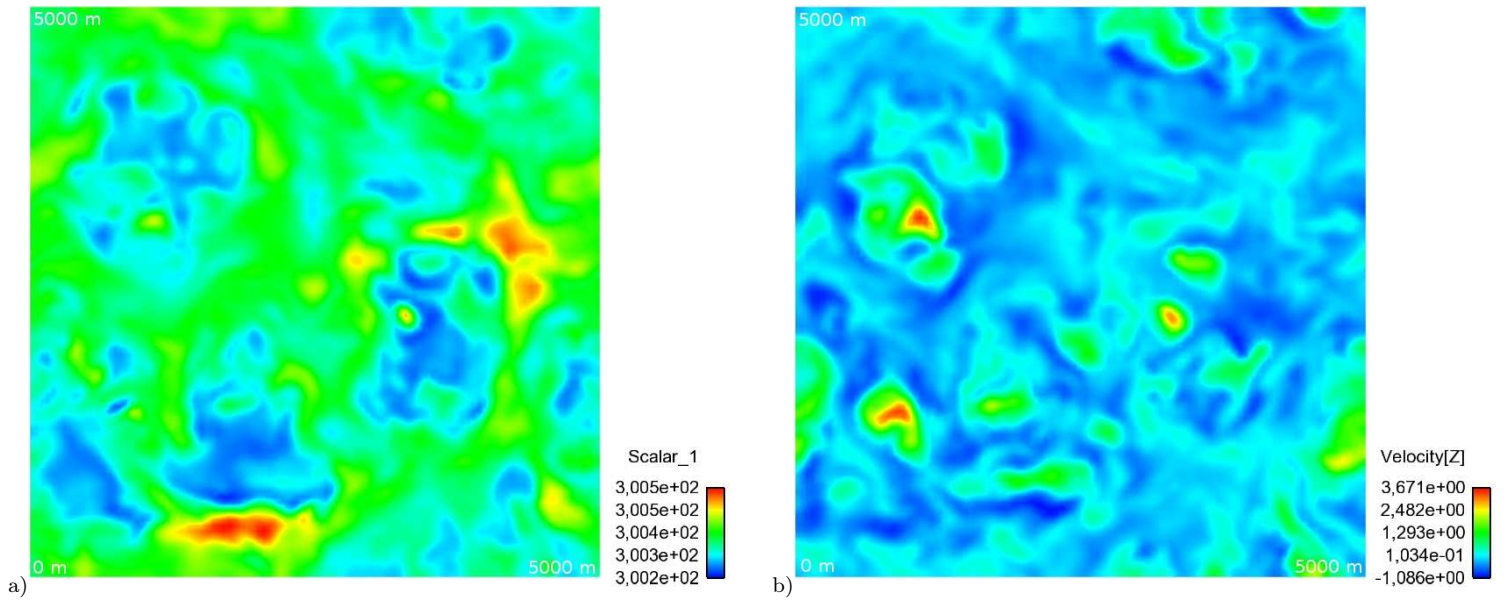


FIGURE 5.15 Coupes du domaine à  $z = 1500$  m du champs 3D résolu de (a) température potentielle  $\bar{\Theta}$  (Scalar\_1) et (b) vitesse verticale  $\bar{w}$  (Velocity[z]).

à ceux observés par Schmidt and Schumann, 1989

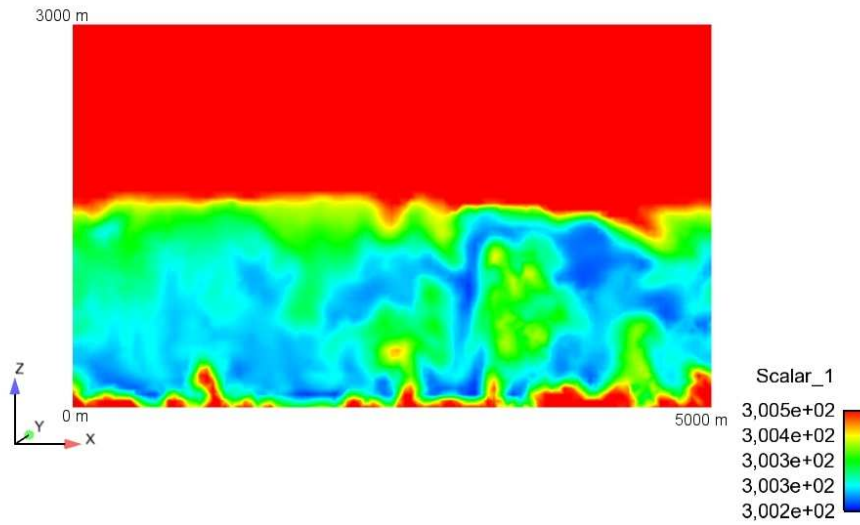


FIGURE 5.16 Coupe du domaine selon  $x$  à  $y = 2500$  m du champ 3D résolu de température potentielle  $\bar{\Theta}$  (Scalar\_1).

Concernant les figures 5.16 et 5.17, respectivement les coupes verticales des champs de température potentielle et de vitesse verticale, elles confirment les observations faites précédemment. On observe bien une corrélation importante de la température potentielle et de vitesse verticale notamment au bas du domaine. De plus les structures turbulentes ascendantes deviennent plus intenses en s'éloignant du sol jusqu'à être stoppées par la couche stable de l'atmosphère libre, quasi à mi-hauteur de la coupe verticale.

Les isosurfaces de température potentielle (Fig. 5.18) à  $\bar{\Theta} = 300.36$  K permettent de visualiser les cellules convectives ascendantes. La coloration de ces isosurfaces par la vitesse verticale permet de mieux appréhender la dynamique de la couche limite en dessous de  $z_i$  et d'avoir un aperçu du brassage effectué dans l'atmosphère en journée. Ainsi il apparaît clairement que les parcelles ascendantes, lorsqu'elles pénètrent dans la couche stable de l'atmosphère libre, créent des instabilités responsables en partie du pic de variance de température potentielle au sommet de la couche limite.

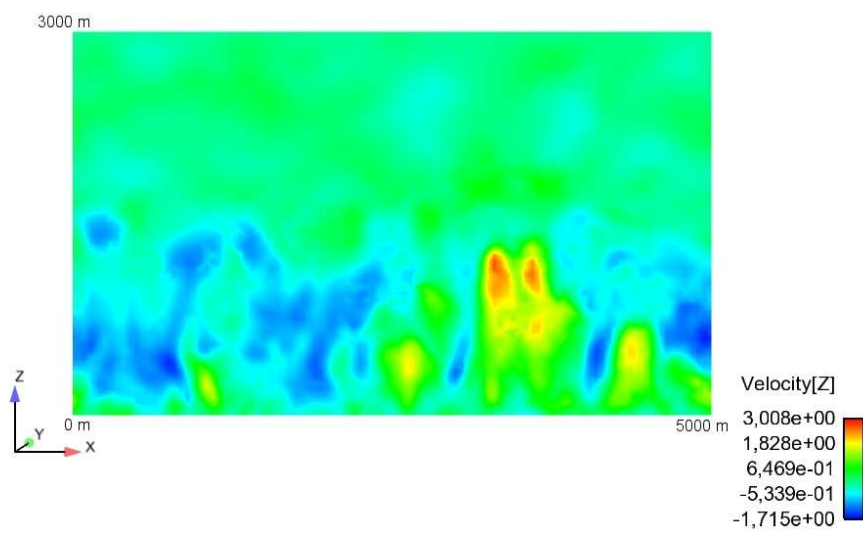


FIGURE 5.17 Coupe du domaine selon  $x$  à  $y = 2500$  m du champ 3D résolu de vitesse verticale  $\bar{w}$  ( $Velocity[z]$ ).



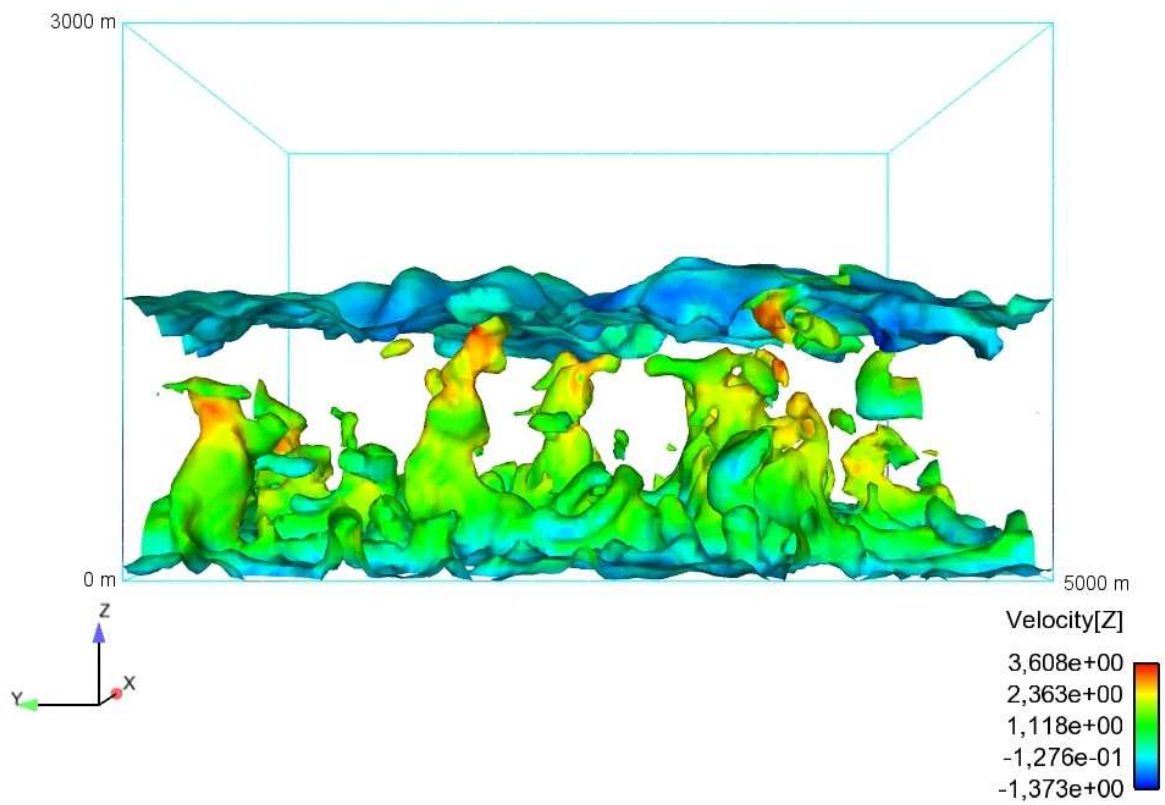


FIGURE 5.18 *Isosurfaces de température potentielle à  $\bar{\Theta} = 300.36$  K. La coloration des isosurfaces correspond à la vitesse verticale  $\bar{w}$  (Velocity[z]).*

## 5.6 Modification de la flottabilité dans Code\_Saturne

La flottabilité peut être appréhendée de deux manières distinctes dans Code\_Saturne. Premièrement, comme jusqu'à présent, il est envisageable de considérer une masse volumique constante et d'ajouter un terme de flottabilité dans les équations de Navier-Stokes respectant les variations de température potentielle sur la verticale. L'approximation de Boussinesq est ainsi respectée (5.1.23). Les équations de Navier-Stokes, régissant les mouvements fluides atmosphériques, résolues par Code\_Saturne s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \left( \frac{\bar{\Theta} - \langle \bar{\Theta} \rangle}{\Theta_0} \right) g \delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (5.6.1)$$

L'alternative à cette méthode consiste à prendre directement en considération les variations de la densité par rapport à un état moyen de référence calculé sur un plan horizontal. Ainsi la flottabilité est commandée par la différence  $\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle$ .

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \left( \frac{\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle}{\bar{\rho}} \right) g \delta_{i3} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (5.6.2)$$

Le transfert de la première méthode à la deuxième a été suggéré par le passage du module atmosphérique de Code\_Saturne Constant Density qui comme son nom l'indique résout les équations de Navier-Stokes à constant, au module Dry Atmosphere considérant un  $\rho$  variable et prenant en compte la stratification thermique de l'atmosphère. Aucun impact n'a été identifié sur les simulations LES. La manière de prendre en compte la flottabilité ne semble pas influencer sur les solutions. La suite des études sera faite à masse volumique variable en considérant la deuxième méthode, plus standard, pour estimer les forces de flottabilité.

## 5.7 Bilan de l'étude de validation

Ce premier chapitre, traitant d'un cas type de couche limite atmosphérique convective, a permis la validation de notre LES faite à partir de Code\_Saturne. Les différents tests de sensibilité aux paramétrisations de la couche de surface, aux modèles sous-maille et aux modèles de viscosité thermique sous-maille ont montré une importante

proximité des résultats de Code\_Saturne avec ceux des articles [Schmidt and Schumann, 1989], [Deardor and Willis, 1985] et [Willis and Deardor , 1974]. De plus nous avons pu conclure à une faible influence des paramètres testés sur les résultats des modélisations de couche limite atmosphérique convective, les profils moyens de température potentielle étant même totalement superposables. Les plus grands impacts ont été enregistrés pour les contributions sous-maille des flux qui, près de la surface, sont affectés par les changements de modèle sous-maille. Enfin l'étude des champs instantanés a permis de mieux appréhender la dynamique de la couche limite atmosphérique et de mettre en évidence le brassage qui s'y passe. Les cellules convectives ascendantes et descendantes ont pu clairement être observées.

Le chapitre suivant traite d'un cycle diurne complet comprenant à la fois une période convective durant la journée et une période stable la nuit compliquant fortement la modélisation de la couche limite atmosphérique.

## Chapitre 6

# Modélisation LES du cycle diurne de l'expérience Wangara

### 6.1 Objectifs de l'étude

Après avoir validé la LES de Code\_Saturne sur un cas de couche limite convective [Schmidt and Schumann, 1989] nous allons nous intéresser maintenant à la modélisation de l'ensemble du cycle diurne de la couche limite atmosphérique et de l'atmosphère en condition stable. L'étude des couches limites stables reste un sujet particulièrement difficile, intéressant sur de nombreux points et qui suscite dans l'état de l'art, encore, un grand nombre de questions. La couche limite atmosphérique stable est caractérisée par de petites structures induites par une turbulence faible et intermittente qui résulte de l'équilibre entre les forces de flottabilité et le cisaillement du vent. De ce fait, ce type de situation est difficile à modéliser. La LES en condition stable est un sujet assez récent dont le premier article fut [Mason and Derbyshire, 1990]. Autant la LES en condition convective est largement documentée, autant elle l'est beaucoup moins en condition stable : [Brown et al., 1994], [Andrén, 1995], [Kosovic and Curry, 2000], [Porté-Agel et al., 2000], [Saiki et al., 2000], [Basu and Porté-Agel, 2006], [Beare et al., 2006] et [Stoll and Porté-Agel, 2008]. Comme nous l'avons vu en introduction, parmi ces auteurs certains rapportent des problèmes quant aux estimations de flux de chaleur [Mason and Derbyshire, 1990] ou la présence d'ondes numériques [Saiki et al., 2000]. Si on ajoute à cela que la plupart d'entre eux ne traite que de situations modérément ou faiblement stables, on mesure la difficulté à bien modéliser la couche atmosphérique en

situation très stable. L'évolution du cycle diurne complet jour-nuit en LES reste une étude rare dans la littérature [Brown et al., 2002], [Duykerke, 2004], [Kumar et al., 2006], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. La simulation d'un cycle diurne de la couche limite atmosphérique se révèle essentielle pour différents axes d'étude tels que le développement du brouillard, la dispersion atmosphérique ou bien l'étude du potentiel éolien qui nécessite à la fois une bonne estimation des conditions météorologiques le jour et la nuit.

La finalité de notre étude est d'évaluer la modélisation LES d'un cycle diurne à l'aide de Code\_Saturne sur un cas largement référencé. Notre choix s'est porté sur l'expérience Wangara [Clarke et al., 1971]. Nous testerons alors la sensibilité de notre modèle à différents modèles sous-maille et à différents types de paramétrisation.

## 6.2 L'expérience Wangara

### 6.2.1 Description de l'expérience

La campagne de mesure Wangara s'est déroulée en 1967 durant juillet-août à Hay au sud-est de l'Australie [Clarke et al., 1971]. Nous avons choisi les journées 33 (16 août 1967) et 34 (17 août 1967) de cette expérience qui ont été de nombreuses fois étudiées et pour lesquelles nous possédons les mesures de température potentielle et de vent  $u$ ,  $v$  et  $w$  [Clarke et al., 1971]. Les conditions de ciel clair et d'air sec font de ces deux journées un choix opportun. Différentes études y font référence et tentent de les modéliser à l'aide de divers modèles utilisant des fermetures turbulentes plus ou moins complexes. Pour les modèles RANS on peut citer [Myrnes and Côté, 1974], [Yamada and Mellor, 1975], [André et al., 1978], [Musson-Genon, 1995], [Ramanathan et al., 1995], [Starchenko and Karyakin, 2000], [Kim et al., 2003], [Milliez and Carissimo, 2009]... Concernant les modèles LES, peu d'articles font référence au cas Wangara et sont, de manière exhaustive [Deardorff, 1974a], [Deardorff, 1974b], [Moeng, 1984], [Xue et al., 1996], [Basu et al., 2008] et [Vinuesa et al., 2008]. Il est important de noter que seuls les deux derniers traitent de la couche stable, nocturne, en LES alors que les autres ne traitent qu'uniquement de la couche convective. Cependant les conditions de la simulation de [Vinuesa et al., 2008] sont similaires en tout point à l'article de [Basu et al., 2008] si ce n'est l'ajout d'un traceur radioactif dans les simulations. De plus, dans la littérature, les articles qui étudient l'évolution complète de la couche limite

atmosphérique sont rares du fait de la complexité du problème. Seulement trois articles y font référence : [Brown et al., 2002], [Duykerke, 2004] et [Kumar et al., 2006]. Nous tentons, à notre tour, dans ce chapitre de reproduire l'expérience de Wangara à l'aide de Code\_Saturne sur la période de 18h allant de 9h00 le jour 33 à 3h00 le jour 34. Cette simulation n'a jamais été faite auparavant en LES avec ce code CFD afin d'étudier, dans la même simulation, des écoulements atmosphériques en situations convectives et en situations fortement stables.

## 6.2.2 Les spécificités liées à la modélisation de la couche atmosphérique stable

Précédemment nous avons décrit les processus physiques régissant l'évolution de la couche limite atmosphérique, le jour et la nuit. Je m'attarde ici sur quelques points spécifiques à la couche limite stable nocturne et à sa simulation afin de mieux comprendre les enjeux de la modélisation de l'expérience Wangara.

### 6.2.2.1 Le jet de basse couche

Concernant le vent moyen, la nuit, à quelques centaines de mètres au-dessus de la surface, une accélération importante du module de la vitesse apparaît. Cette accélération significative est nommée jet de basse couche (Fig. 6.1). La simulation de ce phénomène physique n'est pas simple et est sensible à plusieurs paramètres comme la stratification thermique de la couche limite stable ou le rayonnement.

Lorsque la force de Coriolis est prise en compte, les équations de Navier-Stokes deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = & -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \left( \frac{\bar{\rho} - \langle \bar{\rho} \rangle}{\bar{\rho}} \right) g \delta_{i3} \\ & + f_c (\bar{u}_2 - v_g) \delta_{i1} - f_c (\bar{u}_1 - u_g) \delta_{i2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

Le paramètre de Coriolis,  $f_c$  correspond à  $2\omega \sin(\alpha_l)$  où  $\omega$  est la vitesse de rotation de la terre et  $\alpha_l$  la latitude du point considéré.  $u_g$  et  $v_g$  sont les composantes du vent géostrophique, respectivement, selon les directions  $x$  et  $y$ . Il permet de prendre en compte l'influence des grandes échelles. Ainsi à méso-échelle, l'écoulement est dirigé en partie par la circulation atmosphérique à l'échelle synoptique.

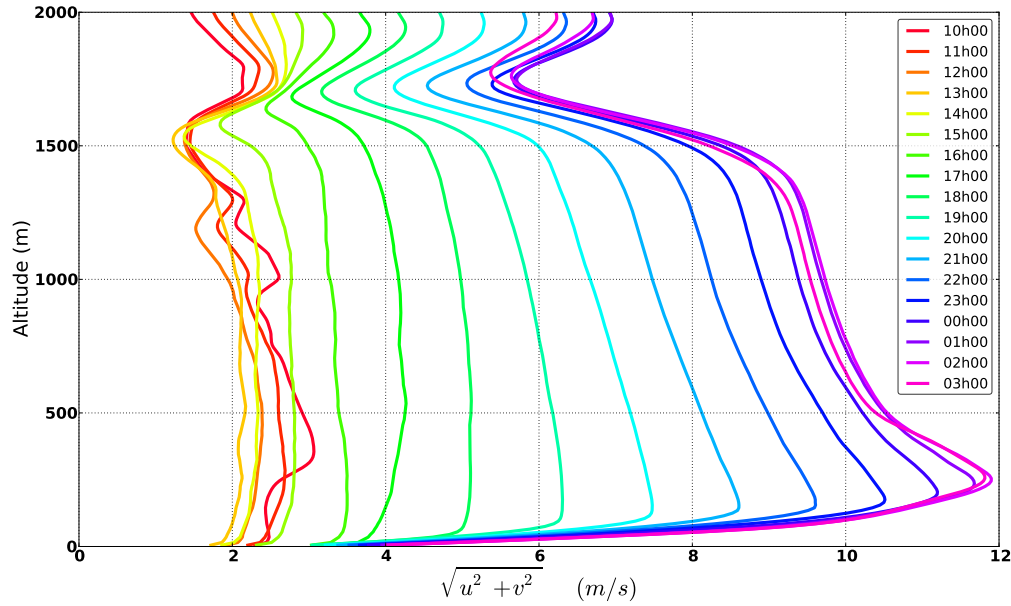


FIGURE 6.1 Évolution du jet de basse couche, simulé par LES à l'aide de Code\_Saturne, durant l'expérience Wangara de 10h00 le jour 33 jusqu'à 3h00 le jour 34.

La nuit, les écoulements de la couche limite ont tendance à se laminariser. La stabilité de l'atmosphère a alors pour conséquence la diminution de l'influence du sol en altitude. Ainsi le terme de viscosité peut être négligé. Pour palier la perte de ce terme, la vitesse du vent augmente afin de compenser la force de Coriolis (Fig. 6.2).

Simplifions les équations de Navier-Stokes aux seuls termes de force de Coriolis, de viscosité et de forçage du vent géostrophique :

$$\frac{d\bar{u}_i}{dt} = f_c(\bar{u}_2 - v_g)\delta_{i1} - f_c(\bar{u}_1 - u_g)\delta_{i2} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.2.2)$$

La nuit, le terme de viscosité devient progressivement négligeable et il disparaît donc des équations :

$$\frac{d\bar{u}_i}{dt} = f_c(\bar{u}_2 - v_g)\delta_{i1} - f_c(\bar{u}_1 - u_g)\delta_{i2} \quad (6.2.3)$$

La résolution de ce système d'équations différentielles amène à une estimation de la vitesse du vent, pour ses composantes horizontales, sous forme d'une combinaison

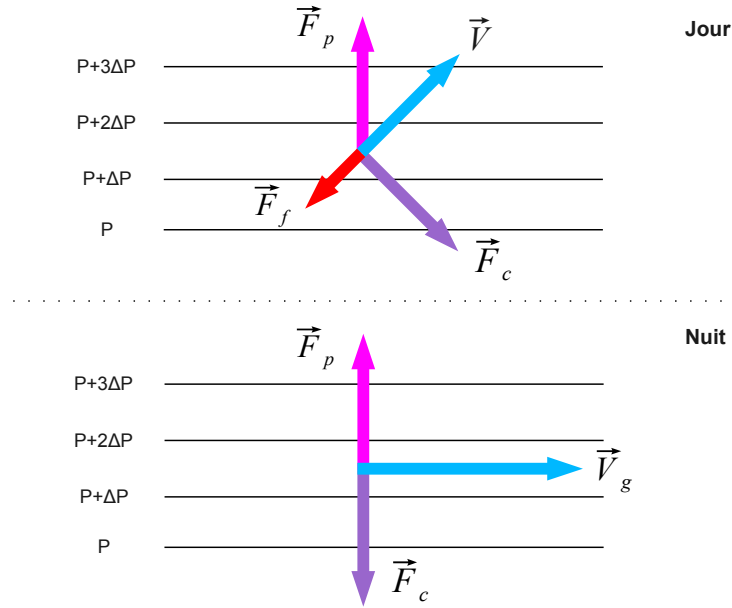


FIGURE 6.2 L'influence des forces de frottement du sol  $\vec{F}_f$  sur l'équilibre entre les forces de pression  $\vec{F}_p$ , la force de Coriolis  $\vec{F}_c$ , le vent géostrophique  $\vec{V}_g$  et le vent  $\vec{V}$  durant le jour et la nuit d'un cycle diurne.

linéaire de termes trigonométriques nommée oscillations inertielles :

$$\overline{u_i} = [v_g + A_g \sin(f_c t) + B_g \cos(f_c t)]\delta_{i1} - [u_g + B_g \sin(f_c t) + A_g \cos(f_c t)]\delta_{i2} \quad (6.2.4)$$

Avec les paramètres  $A_g$  et  $B_g$  qui peuvent être déterminés à partir des conditions initiales. Ces oscillations inertielles peuvent avoir comme conséquence l'apparition de vent supergéostrophique, c'est à dire ayant une vitesse plus importante que celui du vent géostrophique : c'est le jet de basse couche nocturne. Au-dessus de ce jet le module de vitesse se relaxe vers la valeur du vent géostrophique de l'atmosphère libre. La modélisation du jet de basse couche est un élément complexe des simulations du cas Wangara et plus généralement des couches limites stables. La capacité à bien reproduire cette accélération du vent dans la couche atmosphérique stable est un critère important pour l'évaluation de notre LES avec Code\_Saturne.

### 6.2.2.2 LES transitoire entre une atmosphère convective et stable

La modélisation d'un cycle diurne d'une couche limite atmosphérique nécessite différentes adaptations du modèle. Premièrement concernant le maillage, le dé consiste à



utiliser un domaine dont les limites sont assez étendues pour que, de jour, les grandes structures convectives soient bien modélisées et de résolution assez fine, de nuit, pour capter les fines structures turbulentes. Ces conditions nécessitent donc un large maillage avec un grand nombre de cellules et requièrent l'utilisation de ressources informatiques importantes par l'intermédiaire de calculs massivement parallèles.

Deuxièmement, le choix du modèle sous-maille utilisé pour la LES paraît être plus déterminant dans les cas stables que dans les cas convectifs. Comme nous l'avons vu précédemment, le jour, les écoulements dans la couche limite sont dominés par de grandes structures turbulentes, plus grandes que la taille de maille et donc étant résolues explicitement par le code. La nuit l'essentiel de la production turbulente se fait à des échelles proches de celles de la maille. La partie de la turbulence modélisée par le modèle sous-maille sera alors prépondérante sur la partie résolue. Plus la résolution du maillage est faible plus le rôle du modèle sous-maille est important. De manière opposée, plus la résolution est fine plus l'action du modèle sera faible, devenant même quasi négligeable, selon [Beare et al., 2005](#) dans un cas modérément stable, pour des résolutions verticales plus petites ou de l'ordre de  $10m$ . Seulement pour des cas fortement stables, les structures turbulentes deviennent très petites. De ce fait à coupure de largeur fixe, donc à taille de maille constante, plus la stabilité de l'écoulement est importante plus le modèle sous-maille devient anormalement dissipatif et la partie résolue de la turbulence disparaît.

De plus la turbulence près du sol est fortement anisotrope ce qui constitue une difficulté supplémentaire pour la modélisation du cas Wangara. Les modèles sous-maille sont pour la plupart construits sur une hypothèse d'isotropie de la turbulence qui n'est pas souvent vérifiée, près du sol, dans les cas stables.

### 6.3 Simulation numérique LES avec Code\_Saturne

Détaillons maintenant les différents paramètres de la simulation numérique avec Code\_Saturne. Le maillage utilisé pour la suite de l'étude a une résolution de grille de  $20m \times 20m \times 10m$  pour un domaine d'une taille totale de  $5000m \times 5000m \times 2000m$ . Le maillage comprend donc  $250 \times 250 \times 200$  mailles. Il est régulier. Suivant les directions  $x$  et  $y$  sont définies des conditions limites périodiques. Au sommet nous retrouvons des conditions de symétrie. Elles impliquent une vitesse verticale nulle  $w = 0$  à la paroi et des conditions de Neumann nulles pour les composantes  $x$  et  $y$  de la vitesse i.e.

$\partial v/\partial z = 0$  et  $\partial u/\partial z = 0$  au sommet du maillage. Nous utilisons un pas de temps de  $\Delta t = 1s$ .

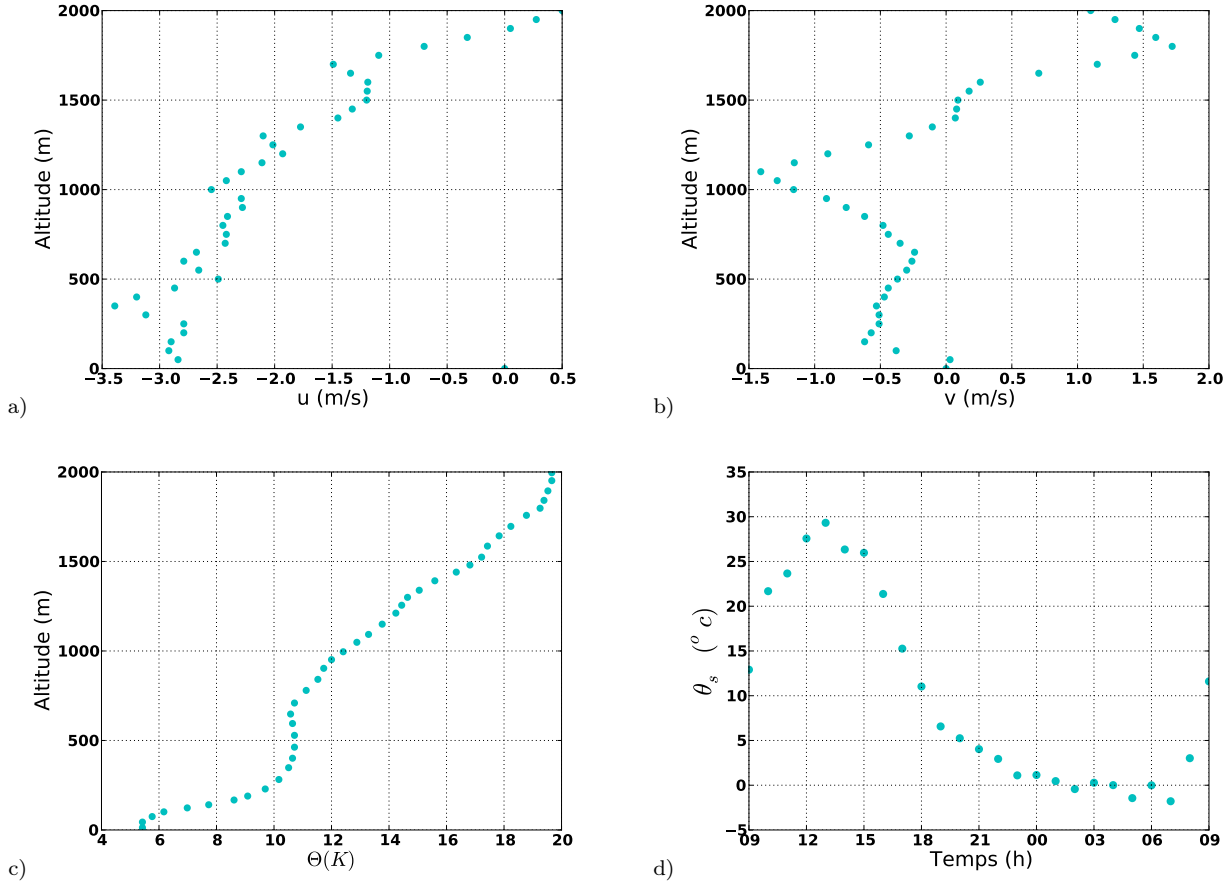


FIGURE 6.3 Conditions initiales pour (a)  $u$ , (b)  $v$  et (c)  $\Theta$  issues des observations de la campagne de mesure Wangara à 9h00 le jour 33. De plus on retrouve (d) les températures potentielles au sol recalculées à partir des températures observées à 1m et 4m durant Wangara et imposées en tant que conditions de Dirichlet durant la simulation LES.

Les profils imposés en tant que conditions initiales pour  $u$ ,  $v$  et  $\Theta$  sont extraits des profils mesurés pendant l'expérience Wangara à 9h00 le jour 33 (Fig. 6.3 (a,b,c)). Les profils mesurés sont appliqués uniformément sur tout le domaine au début du calcul. Au sol, est imposée une condition de Dirichlet sur la température potentielle. Les valeurs horaires de la température potentielle  $\theta_s$  imposées en surface sont recalculées à partir des méthodes de reconstruction de Louis [Musson-Genon et al., 2007](#) considérant les températures à 1m et 4m issues des mesures réalisées durant la campagne de mesure

$u_g(z)$  et  $v_g(z)$  sont respectivement les composantes du vent géostrophique selon les directions  $x$  et  $y$ . Elles sont calculées en fonction de l'altitude  $z$  toutes les heures et sont interpolées linéairement dans le temps selon Yamada and Mellor, 1975 (Fig. 6.4). La prise en compte du vent géostrophique permet de prendre en compte l'influence des grandes échelles sur notre simulation. Ainsi notre modèle méso-échelle est piloté en partie par la circulation atmosphérique à l'échelle synoptique.



b)

Trois différents modèles sous-maille sont utilisés dans cette étude afin d'évaluer leur influence sur les résultats de nos simulations. Le modèle classique de Smagorinsky (cf. Section 3.2.1.1) et les deux modèles dynamiques de Germano-Lilly (cf. Section 3.2.2.2) et Wong-Lilly (cf. Section 3.2.2.3). Il est important de noter que, dans un premier temps, les simulations LES seront faites sans tenir compte du rayonnement et du transfert radiatif.

## 6.4 Résultats LES sur le cas Wangara avec le modèle de Smagorinsky

Cette section restitue les résultats LES obtenus à l'aide de Code\_Saturne sur l'expérience Wangara avec le modèle de Smagorinsky. La constante de Smagorinsky est xée à  $C_s = 0.065$ , une valeur faible pour s'adapter aux situations nocturnes stables. L'ensemble du cycle diurne de la couche limite atmosphérique est considéré. Les pro ls des situations convectives de jour seront distingués des conditions stables de nuit.

### 6.4.1 Le jour

Les résultats LES obtenus à l'aide du modèle de Smagorinsky sont comparés aux observations faites durant la campagne de mesure Wangara [Clarke et al., 1971]. Les mesures ne rapportent que les résultats des pro ls moyens de vitesse de vent et de température potentielle.

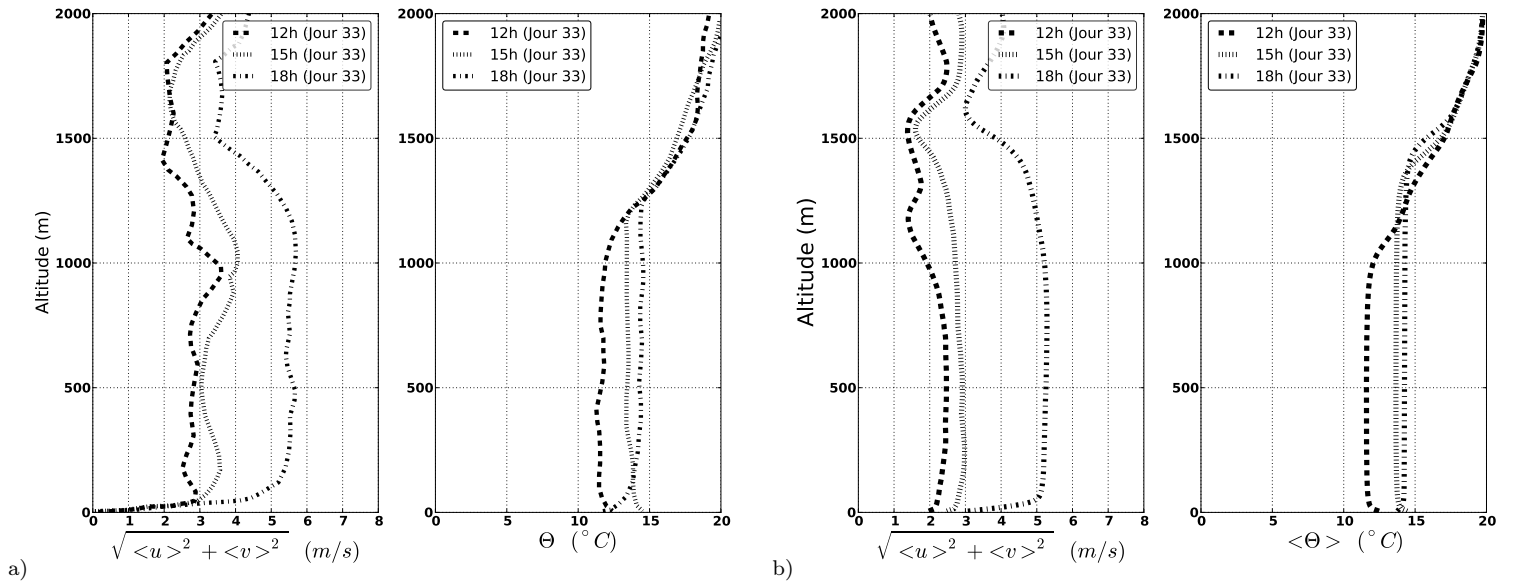


FIGURE 6.5 Les profils de vitesse de vent et de température potentielle, le jour, (a) observés durant la campagne de mesure Wangara et (b) simulés par LES à l'aide du modèle sous-maille de Smagorinsky.

Le jour Code\_Saturne reproduit convenablement les mesures faites durant l'expérience Wangara (Fig.6.5). Les pro ls des modules de vitesse et de température poten-

tielle sont très similaires. Ceci renforce les conclusions obtenues durant la simulation du cas [Schmidt and Schumann, 1989] à savoir que la LES de Code\_Saturne est capable de reproduire très convenablement les conditions convectives la journée. Malgré tout il peut être relevé quelques différences. Au milieu de la couche de mélange le module de vitesse est plus faible pour nos résultats. De plus au sommet du domaine le gradient de vitesse n'est pas le même. Les conditions de symétrie imposées à 2000m pour Code\_Saturne se répercutent par un gradient nul de vitesse ce qui n'est pas le cas pour les mesures.

Concernant la température potentielle on observe à 15h et 18h pour le modèle de Smagorinsky une inversion du gradient thermique plus haut que pour les observations. Il en résulte une hauteur de la couche limite plus importante. En n à 18h le gradient de température potentielle devient légèrement stable près du sol. Cet effet, majoritairement dû au refroidissement de la température potentielle de surface, est plus accentué sur les mesures. Néanmoins nous pouvons conclure que Code\_Saturne à l'aide du modèle de Smagorinsky reproduit avec succès la couche limite convective durant l'expérience Wangara. Il peut être mentionné que, de façon similaire, Moeng, 1984 réussissait déjà à simuler, par LES et de manière satisfaisante, l'évolution de la couche limite de Wangara la journée.

#### 6.4.2 La nuit

La nuit (Fig. 6.6), l'apparition du jet de basse couche nocturne est quasi inexistante. Une légère accélération du module de vitesse est identifiable sur les profils simulés à 200m alors que, à la même altitude, le module de la vitesse mesurée atteint son maximum  $13.4 m.s^{-1}$  à 3h le jour 34. Le modèle de Smagorinsky ne parvient pas à simuler un vent assez fort à 200m. Ce phénomène a été très souvent observé. Bien qu'il soit moins important, un effet similaire est visible sur les simulations 1D de Musson-Genon, 1995 avec les fermetures turbulentes du type  $-\epsilon$  et [Louis, 1979] ou dans le cas de André et al., 1978 considérant une fermeture du troisième ordre. Les auteurs de ces deux articles utilisent, en plus, un couplage radiatif qui semble déterminant pour la simulation d'un jet de basse couche de vitesse plus importante. Nous étudierons l'influence du rayonnement plus tard dans une autre section. Un autre point intéressant concernant le vent, est la hauteur à laquelle se trouve le jet. La LES est plus apte à simuler une altitude de jet semblable à celle mesurée, à savoir 200m. Les modèles RANS évoqués précédemment sous-estiment cette valeur André et al., 1978, avec une fermeture du

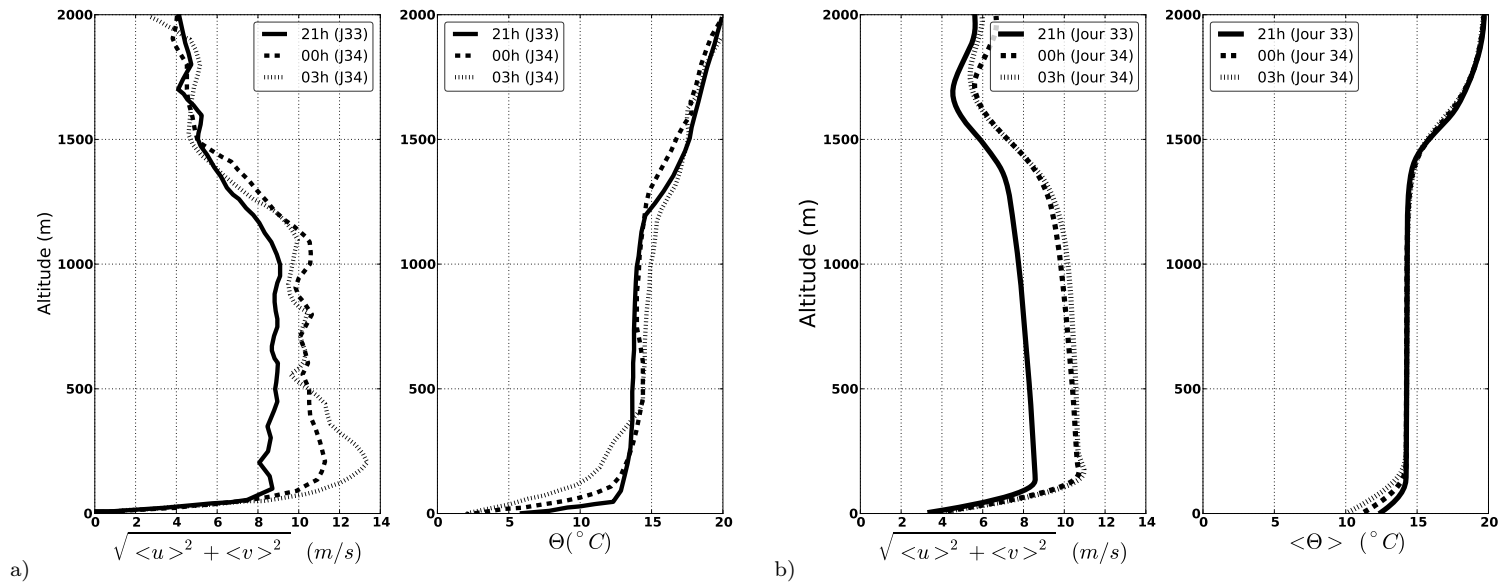


FIGURE 6.6 Les profils de vitesse de vent et de température potentielle (a) observés, la nuit, durant la campagne de mesure Wangara et (b) simulés par LES à l'aide du modèle sous-maille de Smagorinsky.

troisième ordre, montrent très clairement un jet de basse couche qui se développe à une hauteur de seulement 100m environ au-dessus du sol. De même pour Musson-Genon, 1995 avec la fermeture  $\epsilon - \epsilon$  ou de Bougeault and Lacarrère, 1989. Cependant il est à noter que dans Musson-Genon, 1995 la fermeture turbulente de Louis, 1979 testée semble mieux se comporter.

L'évolution de la température est cohérente avec les mesures au-dessus de 400m bien que le modèle de Smagorinsky ne semble pas capable de capter l'important gradient de température potentielle de la couche limite stable près de la surface. La couche limite stable n'est pas assez refroidie ce qui génère un gradient de  $\Theta$  plus faible et donc une stabilité thermique dans l'atmosphère près du sol moins importante. La courbure et l'intensité du gradient sont liées à la force du jet de basse couche et la mauvaise prise en compte de la température potentielle dans les basses couches se répercute ici dans le jet quasi inexistant. Sur les champs moyens on perçoit déjà toute la difficulté à bien simuler à l'aide de la LES la couche limite atmosphérique stable de nuit. Le coefficient de Smagorinsky qui est ici constant peut être un des responsables de cet échec. Basu et al., 2003, avec le modèle LASDD, rapportent des coefficients de Smagorinsky extrêmement faibles, inférieurs à 0.05, dans la couche limite stable, la nuit. Cette constatation va être

une des motivations qui va nous amener à tester les modèles dynamiques Germano-Lilly et Wong-Lilly dans le cas Wangara. C'est l'objet de la prochaine section.

## 6.5 Comparaison de l'influence des différents modèles sous-maille

Le cas Wangara va être simulé dans cette section à l'aide de Code\_Saturne avec trois modèles sous-maille différents : le modèle de Smagorinsky, avec une constante  $C_s = 0.065$  comme utilisé précédemment et deux modèles dynamiques, le modèle de Germano-Lilly et le modèle Wong-Lilly. La comparaison de nos résultats se fera par rapport aux résultats LES de [Basu et al., 2008](#) utilisant un modèle sous-maille LASDD. [\[Basu et al., 2008\]](#) utilisent un domaine de taille similaire au notre avec une résolution légèrement plus grossière  $160 \times 160 \times 160$  avec des mailles de  $31.5\text{m} \times 31.5\text{m} \times 12.5\text{m}$ . De plus, il utilise une rugosité de  $z_0 = 1.0\text{ cm}$  avec une paramétrisation du type Monin-Obukhov. La campagne de mesure Wangara ne rapportant pas d'observations concernant les flux ou les variances, nous nous confronterons systématiquement [à Basu et al., 2008](#).

### 6.5.1 Les résultats le jour en situation convective

Les profils moyens :

La proximité des résultats, le jour, pour les quatre modèles est agrémentée sur la figure 6.7. L'évolution des couches limites atmosphériques simulées sont similaires. Entre les trois simulations provenant de Code\_Saturne (Fig. 6.7 (b,c,d)) les profils sont même quasi identiques, aussi bien pour la température potentielle que pour le module de vitesse. [Basu et al., 2008](#) parviennent à modéliser une inversion de  $\theta$  à une altitude plus faible que nous. Ceci s'explique en grande partie par la relaxation vers le profil initial appliquée à partir de 1500m sur la température potentielle qui permet une meilleure concordance avec les mesures. A propos du vent, la vitesse au-dessus de 1200m est un peu plus forte sur les profils Code\_Saturne, ce qui semble correspondre à une meilleure estimation du vent. Ces observations confirment le peu d'importance du modèle sous-maille appliqué le jour. Comme nous l'avons vu précédemment dans le cas de validation (cf. Chapitre 5), l'écoulement en journée est dominé par de grandes structures turbulentes bien plus importantes que la taille de maille. L'essentiel des tourbillons est alors



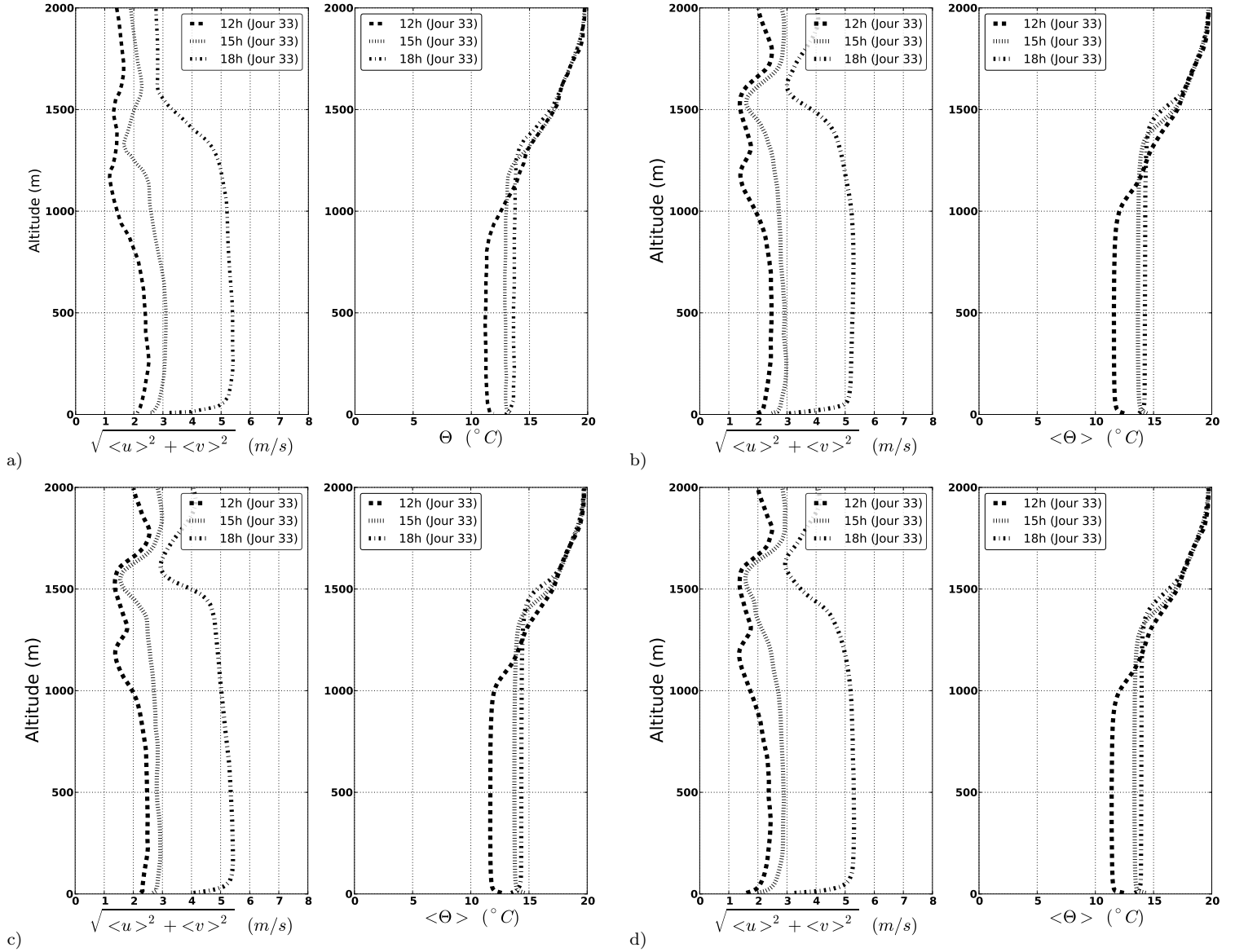


FIGURE 6.7 Profils moyens de vitesse  $\sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2}$  et de température potentielle  $\langle \bar{\Theta} \rangle$  en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 15h et 18h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.

résolu par le code, rendant la composante sous-maille comparativement négligeable. Du coup peu importe le type de modèle choisi, ce qui se traduit par des profils moyens similaires. Code\_Saturne reproduit plus que convenablement l'évolution de la couche limite la journée.



### Les flux de chaleur et les variances résolues :

L'analyse des flux thermiques verticaux  $\overline{w'\Theta'}$  et des variances résolues  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$  et  $\overline{\Theta'^2}$  va permettre d'estimer la capacité de Code\_Saturne à reproduire des statistiques correctes de l'écoulement. Précédemment, le cas convectif de Schmidt and Schumann, 1989 a permis de mettre en évidence le bon comportement du code LES utilisé en journée. De même nous allons commencer par l'étude des profils moyennés sur l'horizontale  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle$ , résolu et sous-maille, pour la partie convective du cycle diurne.

Les flux de chaleurs sont similaires à ceux issus de Basu et al., 2008 dans l'ensemble de la couche de mélange (Fig. 6.8). [André et al., 1978] rapportent des profils semblables le jour. Les composantes résolues reproduisent bien le minimum négatif de flux dans la couche d'entraînement. Ce minimum est à une altitude plus ou moins importante, de manière corrélée avec la hauteur de l'inversion de température potentielle au sommet de la couche limite atmosphérique. Ces minima traduisent ainsi l'arrêt par la force de rappel subie par les parcelles d'air ascendantes pénétrant dans le gradient stable de l'atmosphère libre. Ils sont en moyenne plus bas d'environ 100m pour Code\_Saturne ce qui est aussi le cas pour l'inversion de  $\overline{\Theta}$  sur la figure 6.7. La composante sous-maille des flux,  $\tau_{\Theta 3} = -\nu_{\Theta}(\partial\Theta/\partial z)$ , est dirigée par le signe du gradient de  $\overline{\Theta}$ . Ainsi un minimum apparaît, comme sur les profils de flux résolu, au niveau de la couche d'entraînement puis reste nulle jusqu'à 100m. La composante sous-maille n'a que peu d'effet et sur la couche limite, l'essentiel de la turbulence étant dominée par de grandes structures convectives plus grandes que la taille de la maille. La partie résolue du flux est alors prépondérante sur la partie sous-maille. En-dessous de 100m, dans la couche de surface, cette démonstration n'est plus valable du fait que, près de la surface, les structures turbulentes deviennent de plus en plus petites jusqu'à atteindre des grandeurs de l'ordre ou inférieur à la résolution du maillage. La partie sous-maille du flux devient alors plus importante que la partie résolue. Le modèle dynamique de Wong-Lilly admet un flux sous-maille de l'ordre de celui de Smagorinsky ( $0.1 K.m.s^{-1}$ ) alors que pour le modèle de Germano-Lilly il est moitié moins important. Comparativement à Basu et al., 2008 les flux au sol sont plus forts avec Code\_Saturne ce qui pourrait expliquer la différence de hauteur de couche limite, plus haute dans nos cas.

Près du sol on a une oscillation du flux de chaleur résolu en dessous de 125m pour les modèles de Smagorinsky et de Germano-Lilly. Le même phénomène avait été en partie

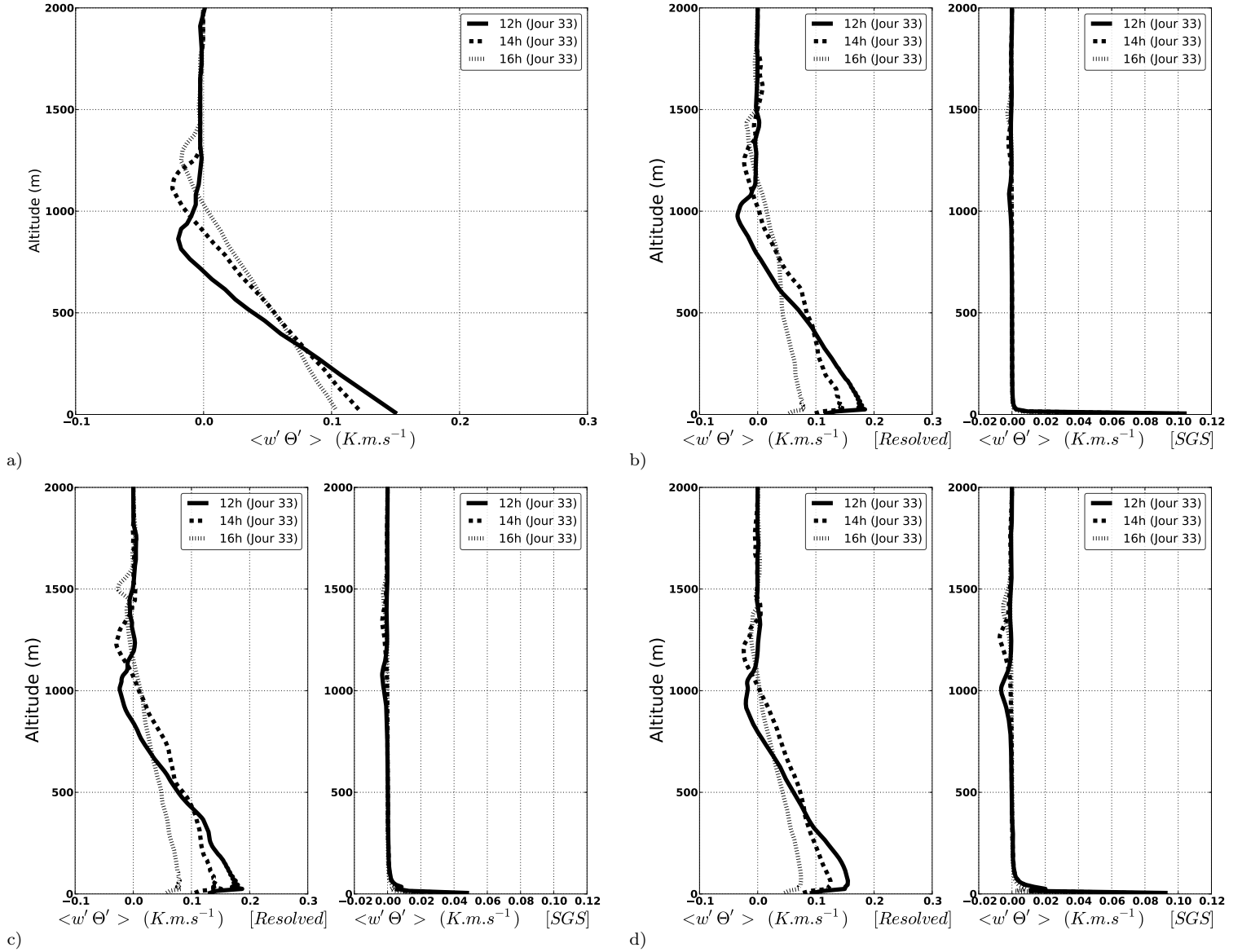


FIGURE 6.8 Profils des flux thermiques verticaux  $\overline{w'\theta'}$  en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 14h et 16h. (a) Le flux thermique total pour le modèle LASDD de [Basu et al., 2008]. Les résultats des flux thermiques résolus [Resolved] et sous-maille [SGS] pour les modèles de (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.

observé lors du cas de validation. Ces oscillations ont pour origine un e et de "clic-clac" sur le champs de  $\overline{w}$  qui a ecte le calcul de nos ux. Cet e et, encore plus conséquent la nuit, sera le sujet d'une section suivante (Sec.6.9). L'analyse des viscosités turbulentes

sous-maille  $\nu_t$  montre un lien entre la valeur de la dissipation et l'amplitude de ses oscillations. Ainsi plus  $\nu_t$  est important plus la dissipation de l'énergie de notre modèle est forte moins l'e et de ces oscillations se fait ressentir. Le test de différence pour le modèle de Smagorinsky nous amènera à confirmer cette hypothèse.

Concernant les variances résolues comme pour le cas de [Schmidt and Schumann, 1989] nous arrivons à correctement reproduire les profils de  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$  et  $\overline{\Theta'^2}$  (Fig. 6.9). La variance  $\overline{u'^2}$  est très similaire à celle observée avec le modèle LASDD. Elle est en moyenne, dans la couche de mélange, plus forte concernant Code\_Saturne mais plus proche de ce qui est rapporté par [Moeng, 1984], avoisinant les 0.2. Au sol  $\overline{u'^2}$  est assez différents selon les modèles. La rugosité du sol est fixée, comme dans [André et al., 1978], à  $z_0 = 1.2 \text{ mm}$  alors qu'elle est de  $z_0 = 1 \text{ cm}$  dans le cas de [Basu et al., 2008]. [Stoll and Porté-Agel, 2006] montrent que l'augmentation de  $z_0$  a tendance à diminuer la variance de vitesse près de la surface. La différence de  $\overline{u'^2}$  entre le modèle LASDD et le modèle de Germano-Lilly, près du sol, pourrait s'expliquer ainsi. Si nous ne tenons pas compte de cette différence de rugosité, le modèle de Smagorinsky semble le plus proche au sol de la LES de référence alors que le modèle de Wong-Lilly semble trop faible à 12h et 14h. La variance  $\overline{\Theta'^2}$  adopte en fonction de l'altitude la même évolution pour les quatre simulations, les profils étant comparables à [Moeng, 1984] et [André et al., 1978]. La plus grande nuance entre les simulations se trouve être le maximum de  $\overline{\Theta'^2}$  dans la zone de la couche d'entraînement où les cellules thermiques froides descendantes et celles ascendantes de température potentielle plus importante s'entrecroisent. Code\_Saturne simule un pic de variance beaucoup plus important que [Basu et al., 2008]. Une des raisons est la relaxation du profil de température potentielle appliquée à partir de 1500m qui restreint quelque peu les fluctuations de  $\overline{\Theta}$  et donc la valeur de la variance de température potentielle.

Dans l'ensemble les variances et les flux de chaleur sont simulés avec succès. Des diagnostics liés à Code\_Saturne concernant les oscillations présentes sur les flux ont été mises en évidence une nouvelle fois alors que les variances sont similaires à celles de [Bede et al., 2008], [Moeng, 1984] et [André et al., 1978]. Le parallèle avec le cas de validation montre la proximité des statistiques observées dans les simulations de Wangara et celles de [Schmidt and Schumann, 1989].

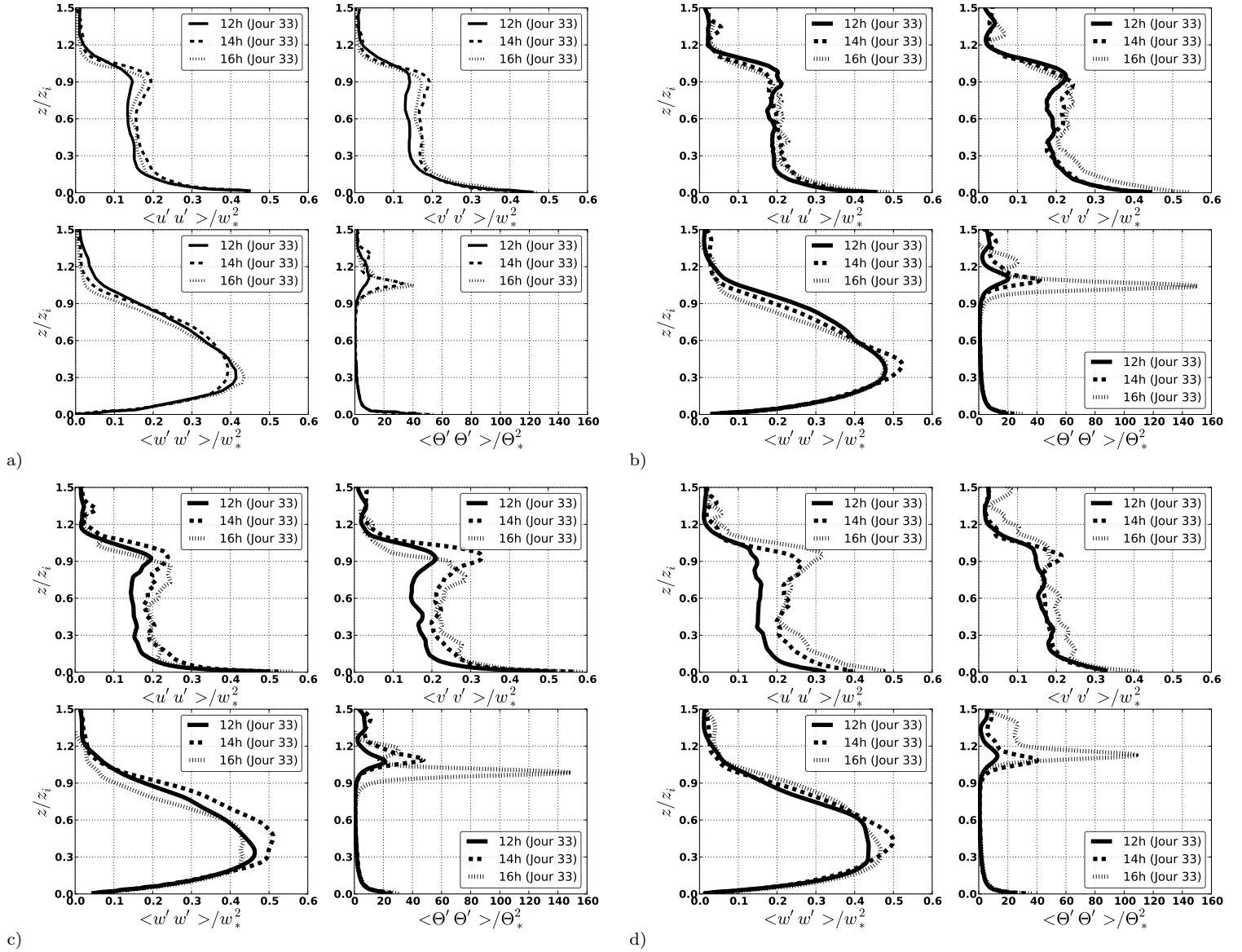


FIGURE 6.9 Variances normalisées  $\langle \overline{u'^2} \rangle / w_*^2$ ,  $\langle \overline{v'^2} \rangle / w_*^2$ ,  $\langle \overline{w'^2} \rangle / w_*^2$  et  $\langle \overline{\theta'^2} \rangle / \theta_*^2$  en fonction de l'altitude, le jour 33, à 12h, 14h et 16h. Les résultats de (a) [Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD, (b) du modèle de Smagorinsky, (c) du modèle Germano-Lilly et (d) du modèle Wong-Lilly.

### 6.5.2 Les résultats la nuit en situation stable

Les profils moyens :

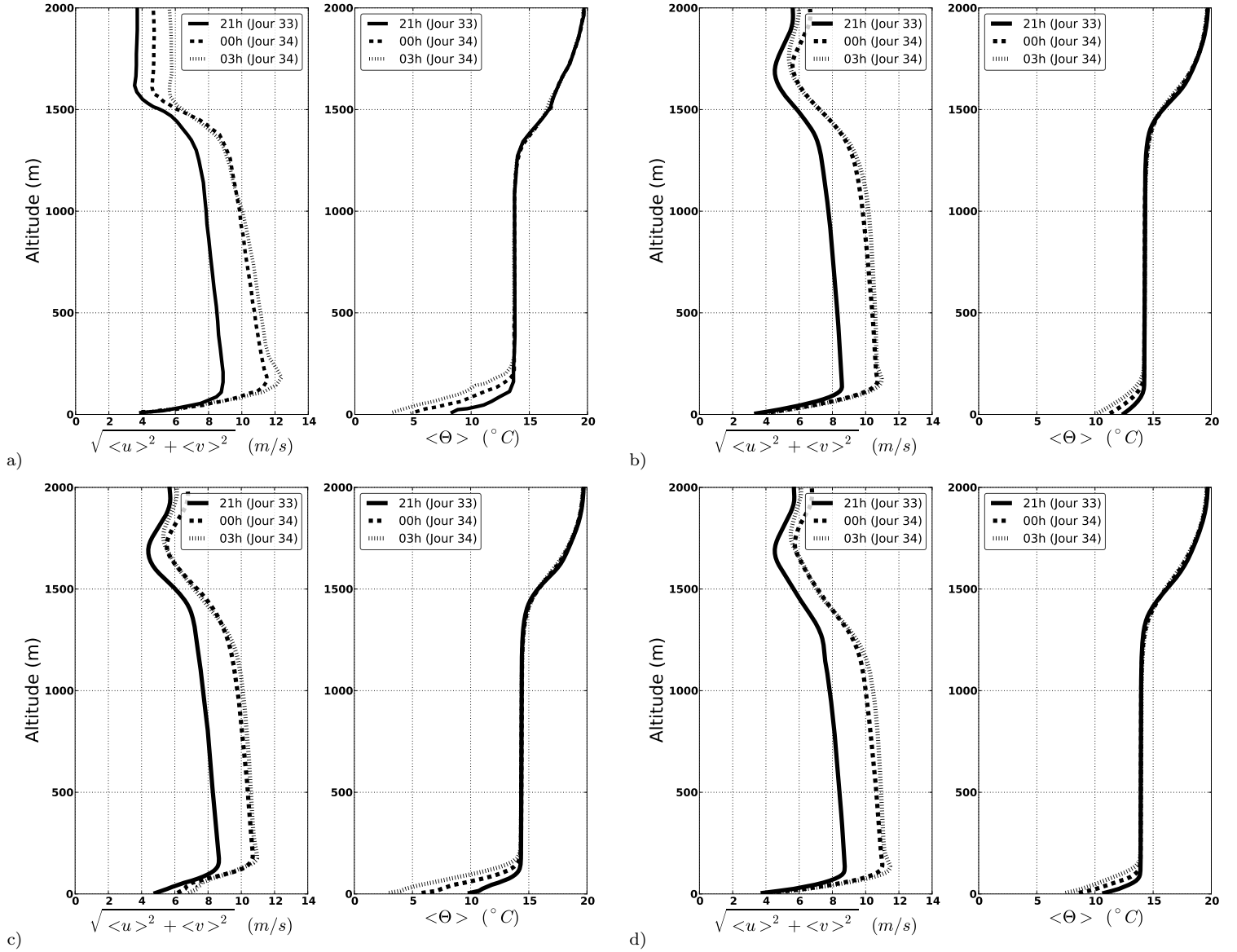


FIGURE 6.10 Profils moyens de vitesse  $\sqrt{\langle \bar{u} \rangle^2 + \langle \bar{v} \rangle^2}$  et de température potentielle  $\langle \bar{\Theta} \rangle$  en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.

La nuit (Fig. 6.10), la comparaison à [Basu et al., 2008] met en avant les di cultés de Code\_Saturne, premièrement à reproduire un gradient de température potentielle convenable dans les premières centaines de mètres au-dessus du sol et deuxièmement,

un jet de basse couche significatif. Le jet de basse couche de Basu et al., 2008 auquel on se compare a une vitesse maximale d'environ  $10.3 \text{ m.s}^{-1}$  qui est déjà moins forte que sur les mesures de l'expérience Wangara rapportant un jet de basse couche maximum de  $13.4 \text{ m.s}^{-1}$  à 200m [Clarke et al., 1971]. Aucun des modèles testés avec Code\_Saturne ne semblent capable de simuler un jet de basse couche de vitesse assez importante. [Basu et al., 2008] mettent en avant les mêmes difficultés avec le modèle non-dynamique de [Brown et al., 1994] (3.2.1.4), correspondant à un modèle de Smagorinsky auquel est ajoutée une relaxation fonction du nombre de Richardson et donc fonction de la stabilité de l'atmosphère. Pour ce modèle le jet est même totalement inexistant. Les modèles de Smagorinsky et de Wong-Lilly simulent tout de même un très faible jet à une altitude similaire aux mesures, à savoir environ 200m [Musson-Genon, 1995] et [André et al., 1978] comme [Basu et al., 2008] reproduisent eux aussi des jets de basse couche importants. Les simulations RANS bien que réussissant à reproduire un jet de basse couche, l'altitude à laquelle il se développe est très faible, environ 100m. Le gradient de température potentielle est pour le modèle Germano-Lilly correctement reproduit. Les modèles de Smagorinsky ou de Wong-Lilly ne parviennent pas à modéliser un gradient assez fort proche de la paroi. De plus, la température potentielle au premier centre de maille n'est pas assez froide pour reproduire le comportement du modèle Germano-Lilly et du modèle LASDD. La modélisation du gradient thermique près de la surface semble très dépendant du modèle sous-maille employé.

[Musson-Genon, 1995] et [André et al., 1978] ajoutent tous les deux un couplage radiatif à leurs modèles RANS. Le refroidissement infrarouge la nuit est important et influence les profils de température potentielle, près du sol, dans la couche limite stable. Il est alors difficile de distinguer la part du jet que l'on peut attribuer à l'influence du rayonnement et ainsi se comparer à leurs résultats.

[Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD semblent bien plus apte à reproduire à la fois un jet de basse couche convenable et un gradient de température conforme aux observations. La part du couplage dû au rayonnement, la nuit notamment, est non négligeable et paraît être une nécessité en RANS. Qu'en est-il pour la LES ? Nous étudierons cette question dans la section 6.1 dédiée aux effets radiatifs sur la LES.

#### Les flux de chaleur et les variances résolues :

La nuit, la comparaison au modèle LASDD est bien plus difficile. Premièrement car

nos résultats sont différents de ceux de [Basu et al., 2008](#) et deuxièmement car aucun consensus sur les flux et les variances ne peut être trouvé, tant les articles traitant de la campagne de mesure Wangara sont disparates concernant leurs observations. Regardons les flux de chaleur présents sur la figure 6.11. L'aspect le plus visible sur les profils de  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle$  est sans conteste les oscillations très importantes sur les flux résolus lorsque les modèles sous-maille dynamiques sont utilisés. Ce phénomène de clic-clac près du sol, lorsqu'il est trop important, prend le dessus sur le flux sous-maille et devient prépondérant dans le calcul du flux de chaleur total. Ainsi pour le modèle dynamique Germano-Lilly les oscillations étant de l'ordre de  $-0.3 \text{ K.m.s}^{-1}$  et le flux sous-maille n'étant que de  $-0.02 \text{ K.m.s}^{-1}$  maximum, lors du calcul du flux total, il n'apparaît au final que le flux résolu bruité. Plus la diffusion du modèle sous-maille est importante plus les oscillations semblent faibles d'où un effet progressif, dans l'ordre croissant, pour les modèles de Smagorinsky, Wong-Lilly et Germano-Lilly. L'étude des viscosités turbulentes sous-maille entre le modèle de Germano-Lilly, où la viscosité est plus faible dans les 200 premiers mètres, et celui de Smagorinsky, où elle est plus forte, permet d'avancer cette hypothèse (cf. Annexe 8.2).

Logiquement la partie résolue, comme pour le modèle de Smagorinsky, devrait être négligeable dans la couche stable. Ce modèle est le seul à reproduire une évolution de flux conforme à nos attentes, sans oscillation apparente et avec une composante sous-maille dominante considérant la résolution de notre maillage. Néanmoins la valeur au premier centre de maille de  $\overline{w\Theta}$  reste forte,  $-0.01 \text{ K.m.s}^{-1}$  en moyenne contre plus de  $-0.03 \text{ K.m.s}^{-1}$  pour 21h, 00h et 03h avec le modèle LASDD. A 03h le modèle de Smagorinsky donne un flux de  $-0.014 \text{ K.m.s}^{-1}$  et le modèle de Wong-Lilly donne un flux sous-maille de  $-0.015 \text{ K.m.s}^{-1}$  quand le modèle LASDD simule un flux de  $-0.038 \text{ K.m.s}^{-1}$  beaucoup plus stable. Comparativement [André et al., 1978](#) observent une valeur de flux total au centre de la première maille proche de  $-0.018 \text{ K.m.s}^{-1}$  et [Yamada and Mellor, 1975](#) de manière similaire rapportent un flux au centre de la première maille supérieur à  $-0.02 \text{ K.m.s}^{-1}$ . La campagne de mesure de Wangara ne donnant pas de valeur expérimentale de flux il est difficile de se comparer aux mesures et de vérifier la validité de notre modèle. Cependant les flux de nos simulations, négativement plus faibles, sont plus proches de ceux relevés dans [André et al., 1978](#) et [Yamada and Mellor, 1975](#) ce qui semble signifier que [Basu et al., 2008](#) produisent un flux de chaleur trop faible traduisant une stabilité excessive.

Pour  $Q_0$  il est possible de diagnostiquer les flux de chaleur de surface expérimentaux



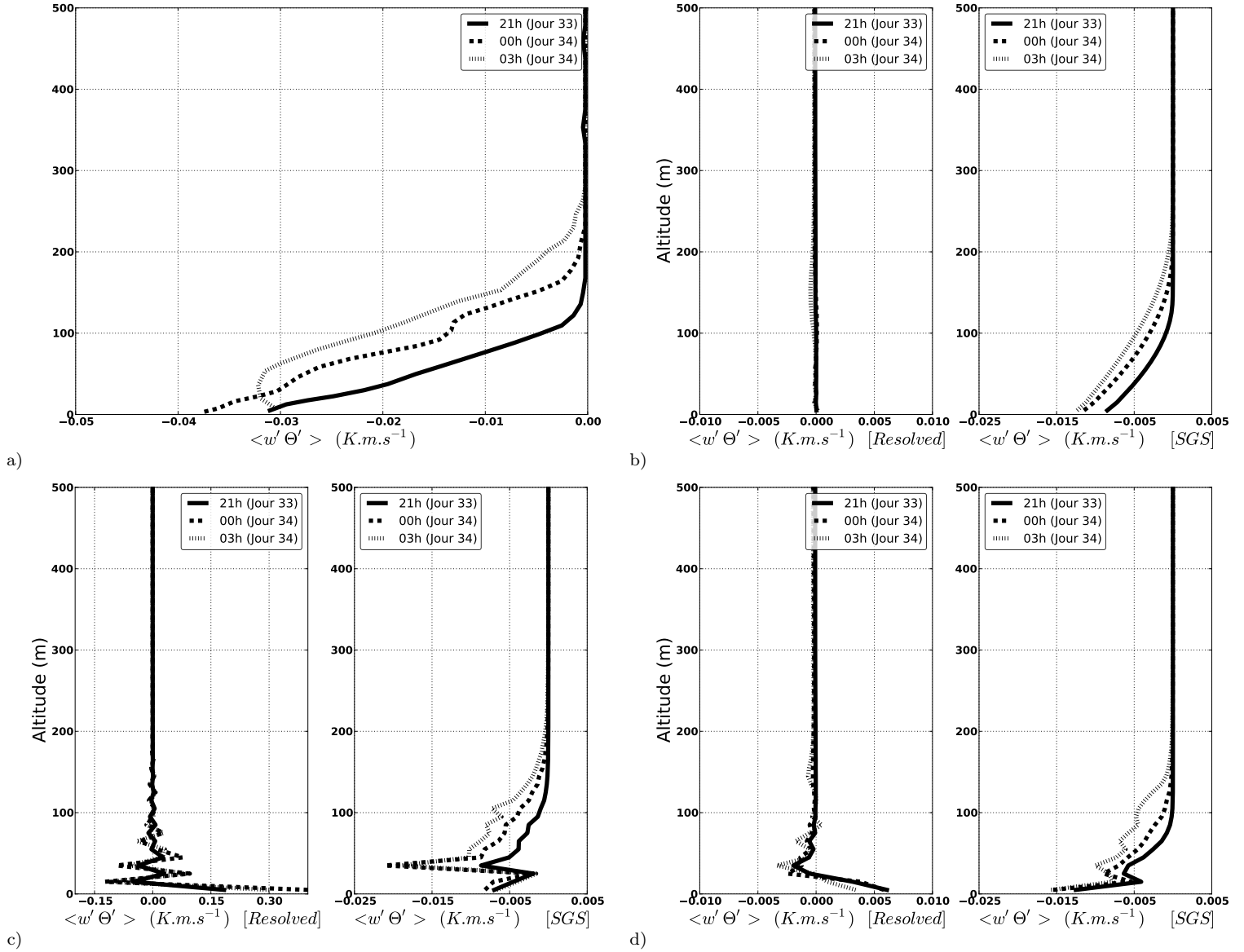


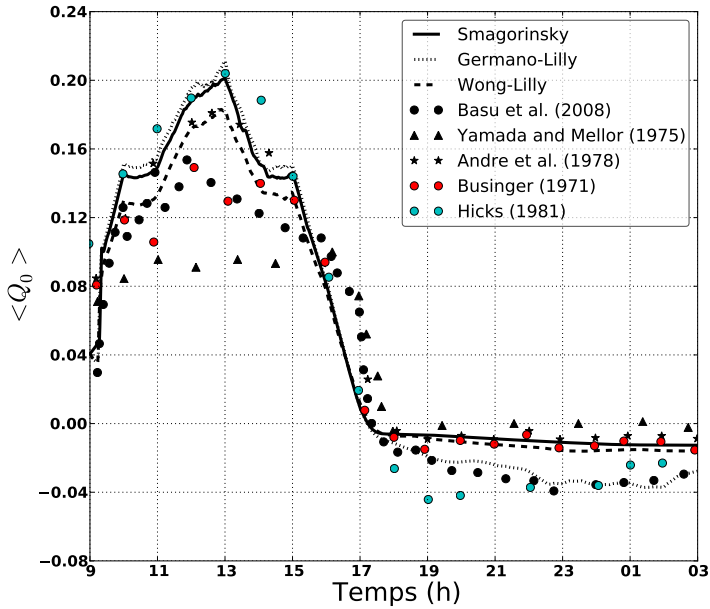
FIGURE 6.11 Profils des flux thermiques verticaux  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle$  en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. (a) Le flux thermique total pour le modèle LASDD de [Basu et al., 2008]. Les résultats des flux thermiques résolus [Resolved] et sous-maille [SGS] pour les modèles de (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.

à l'aide d'une méthode de reconstruction qui utilise les températures potentielles et les vitesses entre les premiers niveaux de mesures. De ce fait, l'analyse de  $\langle \overline{w'\Theta'} \rangle_0$  à la surface donne des résultats différents selon la méthode de reconstruction des flux

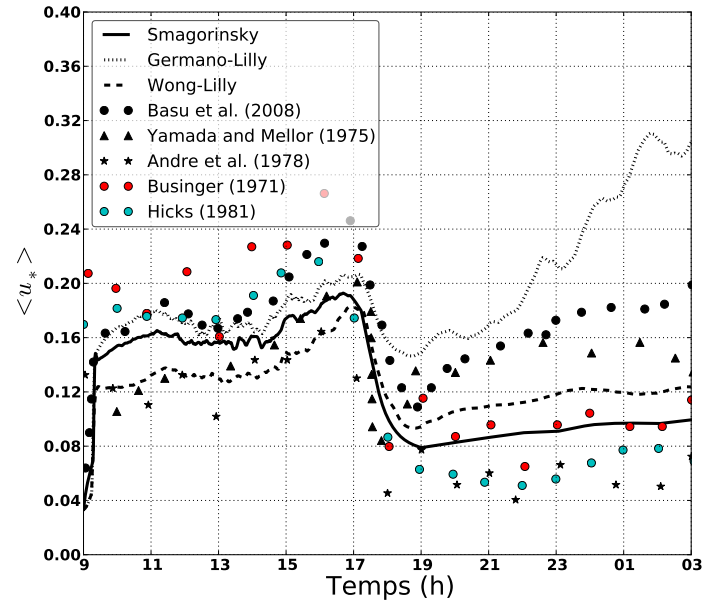


	21h	00h	03h
[Basu et al., 2008] ( $z_0 = 1.0cm$ )	-0.03	-0.035	-0.03
[Basu et al., 2008] (Hicks - $z_0 = 1.0cm$ )	-0.03	-0.032	-0.03
[Yamada and Mellor, 1975] ( $z_0 = 1.2mm$ )	0.00	0.00	-0.008
[Yamada and Mellor, 1975] (Businger - $z_0 = 1.2mm$ )	-0.006	-0.005	-0.006
[André et al., 1978] ( $z_0 = 1.0cm$ )	-0.011	-0.013	-0.017
[André et al., 1978] (Businger - $z_0 = 1.2mm$ )	-0.006	-0.006	-0.006

TABLE 6.1 Tableau récapitulatif des valeurs de  $Q_0$  ( $K.m.s^{-1}$ ) répertoriées dans la littérature durant l'expérience Wangara à 21h, 00h et 03h selon les méthodes de reconstruction utilisées et les rugosités considérées.



a)



b)

FIGURE 6.12 Évolution temporelle (a) du flux de chaleur au sol  $\langle Q_0 \rangle$  ( $K.m.s^{-1}$ ) et (b) de la vitesse de frottement  $\langle u^* \rangle$  ( $m.s^{-1}$ ).

appliquée et la rugosité imposée au sol (Tab. 6.1). Par exemple, [André et al., 1978], avec une rugosité  $z_0 = 1.0cm$  et [Yamada and Mellor, 1975] avec une rugosité  $z_0 = 1.2mm$ , comparent leurs résultats obtenus aux valeurs de  $Q_0$  estimées avec une méthode de reconstruction itérative du type [Businger et al., 1971] avec  $z_0 = 1.2mm$ . Ces deux

articles s'appuient sur les températures potentielles et les vitesses de vent issues des mesures faites au centre de la zone d'expérience [Basu et al., 2008] avec une rugosité  $z_0 = 1.0\text{cm}$  se comparent aux flux de chaleur au sol provenant de [Hicks, 1981] considérant les données de l'expérience Wangara sur l'ensemble du site. Le détail des méthodes de reconstruction peut être trouvé dans [Musson-Genon et al., 2007]. Sur la figure 6.12 (a) on compare les évolutions temporelles de  $Q_0 >$  pour différents modèles, aux résultats de la littérature. Excepté pour les modèles Germano-Lilly et LASDD, la nuit, les flux de chaleur à la surface sont faibles de l'ordre de  $0.01\text{ K.m.s}^{-1}$  conformément à ce qui est trouvé par la méthode de [Businger et al., 1971]. [André et al., 1978] et [Yamada and Mellor, 1975] produisent même des flux chaleur au sol inférieur à  $0.01\text{ K.m.s}^{-1}$ . Les modèles dynamiques Germano-Lilly et LASDD réussissent à produire des  $Q_0 >$  plus faibles qui évoluent tout deux de façon identique tout en restant proches des résultats de [Hicks, 1981].

La nuit, la vitesse de frottement  $\langle u^* \rangle$  évolue différemment selon les modèles. Si ce n'est pour [André et al., 1978], on observe dans tous les cas une surestimation de  $\langle u^* \rangle$  par rapport aux estimations de [Hicks, 1981]. Cette tendance se retrouve aussi très clairement dans [Yamada and Mellor, 1975] avec un modèle RANS. Le modèle de Smagorinsky et celui de Wong-Lilly sont les plus proches de [Hicks, 1981]. La question de la capacité des méthodes de Louis ou Monin-Obukhov à bien capter l'intensité des flux en conditions stables est posée par [Basu et al., 2008] et suscite encore de nombreuses recherches. Le modèle Germano-Lilly produit un  $\langle u^* \rangle$  bien trop fort qui pourrait être une conséquence des oscillations de vitesses qu'il engendre en proche paroi. Notamment la nuit en condition stable, il est ici évident que le type de modèle sous-maille utilisé génère de fortes différences sur les évolutions des flux au sol  $Q_0 >$  et  $\langle u^* \rangle$ .

Les variances (Fig. 6.13) montrent clairement que le modèle de Smagorinsky, du fait de sa diffusivité plus importante, tue toute turbulence près de la surface, ce qui se retranscrit par des variances de vitesse nulles dans la couche limite stable. La valeur de  $C_s$  ayant déjà été prise très basse ( $\alpha_s = 0.065$ ) comparativement aux constantes de Smagorinsky habituellement utilisées en modélisation atmosphérique démontre la difficulté de ce modèle à retranscrire une turbulence correcte en situation stable. Il n'y a que le modèle Wong-Lilly, au niveau des ordres de grandeur, qui peut être comparé au modèle LASDD. Mais, à la surface, les variances s'annulent mettant en avant une dissipation de l'énergie trop importante sur les premiers centres de maille pour le modèle Wong-Lilly. Le modèle dynamique Germano-Lilly est lui comparable à [Basu et al., 2008]

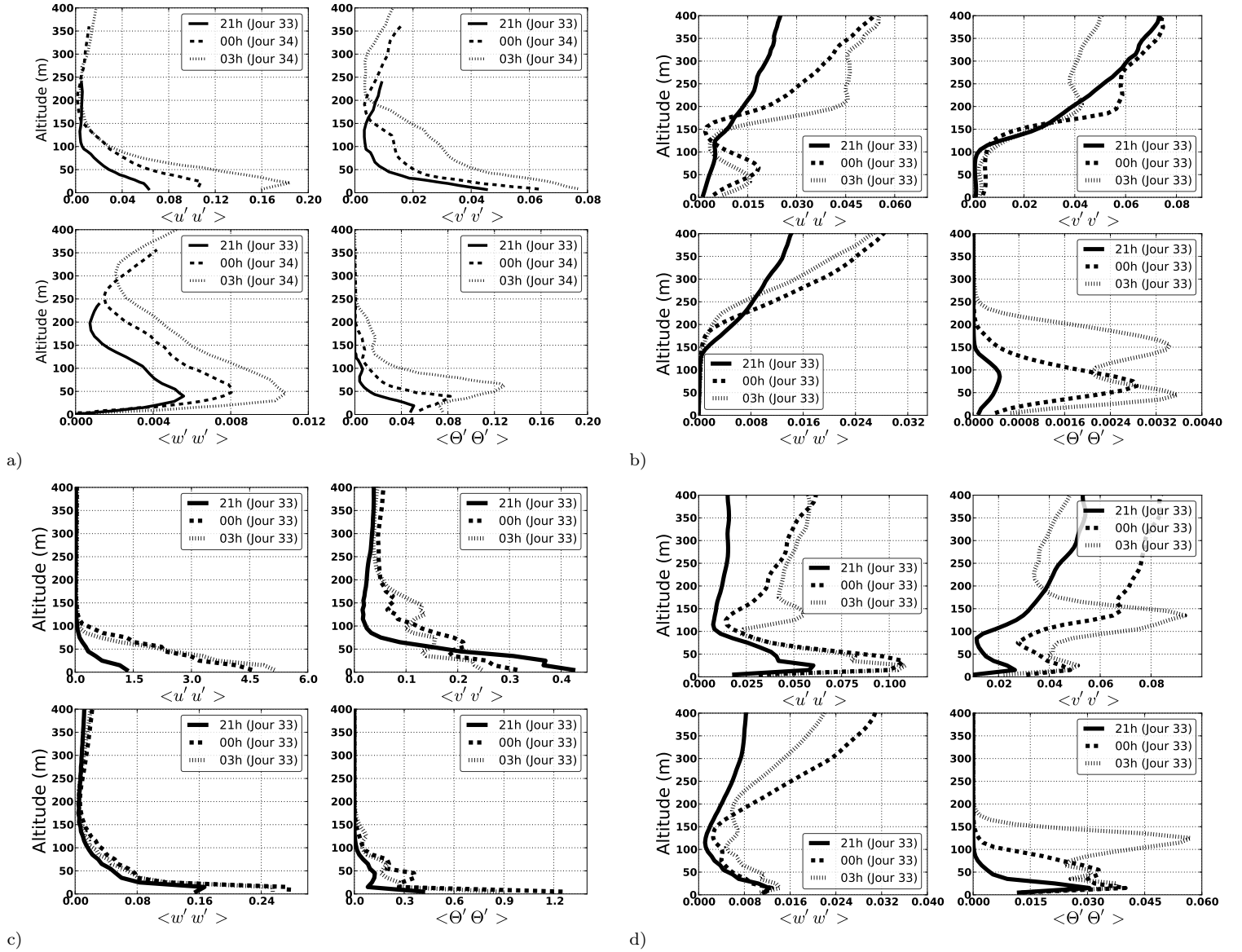


FIGURE 6.13 Variances  $\langle \overline{u'^2} \rangle$ ,  $\langle \overline{v'^2} \rangle$ ,  $\langle \overline{w'^2} \rangle$  et  $\langle \overline{\theta'^2} \rangle$  en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h et 03h le jour 34. Les résultats de (a) [Basu et al., 2008] avec le modèle sous-maille LASDD, (b) du modèle de Smagorinsky, (c) du modèle Germano-Lilly et (d) du modèle Wong-Lilly.

au niveau de l'évolution verticale des variances résolues mais les valeurs sont, cette fois, trop fortes aussi bien pour les composantes de la vitesse que pour la température potentielle. Ici la dissipation ne semble pas su sante dans la couche stable. Il est donc

de cile de déterminer quel modèle est le meilleur pour la modélisation de situations nocturnes.

De même, la confrontation des variances résolues de [Basu et al., 2008](#) avec celles relevées dans di érents articles montrent de grands écarts. Le [tableau 6.2](#) met en avant cette disparité des résultats pour des cas stables. Ceci ne valide en rien les résultats Code\_Saturne mais souligne le fait que le modèle LASDD ne peut être considéré comme une référence absolue.

	$\overline{u'^2}$	$\overline{v'^2}$	$\overline{w'^2}$	$\overline{\Theta'^2}$
<a href="#">[Basu et al., 2008]</a>	0.12	0.06	0.01	0.12
<a href="#">[Yamada and Mellor, 1975]</a>	0.4	0.35	0.1	/
<a href="#">[André et al., 1978]</a>	/	/	0.01	0.001
<a href="#">[Brown et al., 1994]</a>	0.3	0.24	0.1	/
<a href="#">[Kleissl et al., 2006]</a>	0.08	/	0.2	/
<a href="#">[Basu and Porté-Agel, 2006]</a>	0.3	0.22	0.08-0.16	0.008

TABLE 6.2 *Tableau récapitulatif des ordres de grandeur des maximum de variances résolues, la nuit dans les cent premiers mètres, répertoriés dans la littérature.*

### 6.5.3 Conclusions

La simulation du cas diurne de la journée 33-34 de l'expérience Wangara permet, une nouvelle fois, de mettre en avant la capacité de Code\_Saturne à reproduire, le jour, une évolution de la couche limite atmosphérique réaliste et en adéquation avec les résultats présents dans la littérature. Les pro ls moyens, les ux et les variances résolues sont alors similaires à [\[Basu et al., 2008\]](#), [\[Yamada and Mellor, 1975\]](#) et [\[André et al., 1978\]](#). La nuit les pro ls moyens de vitesse ne parviennent pas à reproduire de jet de basse couche important et les pro ls de température potentielle, dans la couche stable, ne sont pas assez importants, excepté pour le modèle Germano-Lilly. Le rôle à attribuer au forçage radiatif dans le développement de la couche stable est à étudier plus en détails. De plus, des oscillations apparaissent sur les ux de chaleur qui semblent provenir des champs de vitesse verticale. Seul le modèle de Smagorinsky la nuit ne présente pas d'oscillation mais, en contre partie, annihile toute turbulence au bas du domaine du fait de sa trop grande diffusivité. Le modèle de Wong-Lilly se situe entre les deux autres

modèles avec moins d'oscillations et plus de turbulence générée dans la couche stable. La section suivante nous amène à mesurer l'impact du rayonnement sur nos simulations.

## 6.6 Effets du rayonnement radiatif

### 6.6.1 Forçage Radiatif

Le forçage radiatif est pris en compte par l'insertion d'un terme source dans l'équation d'évolution de la température potentielle. Les divergences de flux radiatifs servant à la constitution du terme source proviennent d'une précédente simulation RANS- $\epsilon$  réalisée avec Code\_Saturne.

Le terme source, ou taux de réchauffement ( $\text{K.s}^{-1}$ ), ajouté à l'équation d'évolution de la température potentielle s'exprime par la relation :

$$-\frac{1}{\bar{\rho}C_p} \frac{\bar{\Theta}}{\bar{T}} \frac{\partial F_{net}(z)}{\partial z} \quad (6.6.1)$$

$F_{net}(z)$  correspond au flux radiatif net exprimé en  $\text{W.m}^{-2}$  qui est fonction de l'altitude. Il est composé de la différence du flux net solaire et infrarouge  $F_{net} = F_{sol} + F_{ir}$ . Chaque flux est composé de sa partie descendante et ascendante calculées pour chaque couche atmosphérique  $F_{sol}(z) = F_{sol}^{\uparrow}(z) - F_{sol}^{\downarrow}(z)$  et  $F_{ir}(z) = F_{ir}^{\uparrow}(z) - F_{ir}^{\downarrow}(z)$ . Pour l'infrarouge l'absorption est prise en compte pour la vapeur d'eau et ses dimères, le gaz carbonique  $\text{CO}_2$  et l'ozone  $\text{O}_3$ . Pour le solaire, n'est pris en compte que l'absorption de la vapeur d'eau et celle du  $\text{O}_3$ . Cependant pour les courtes longueurs d'onde, est ajoutée la prise en compte de la diffusion de Rayleigh. De plus, l'interaction des diffusions multiples est aussi considérée en agrégeant les effets des couches au-dessus et en dessous. La diffusion dans l'infrarouge n'étant importante qu'en présence de nuages formés d'eau à l'état liquide, elle est négligée en ciel clair. L'absorption et la diffusion du dioxygène  $\text{O}_2$  sont négligées aussi bien pour les courtes longueurs d'onde que pour les longues. Ce schéma radiatif est similaire à celui explicité dans [Musson-Genon, 1987](#).

Le taux de réchauffement total utilisé (Fig. 6.14(c)) est composé de la différence du réchauffement solaire (Fig. 6.14(a)) et infrarouge (Fig. 6.14(b)). Le jour, il y a donc une compétition entre la composante solaire et infrarouge. Au-dessus de 100m, le refroidissement infrarouge compense quasi parfaitement le réchauffement dû aux courtes longueurs d'onde. Il en résulte une valeur positive faible du réchauffement total dans la

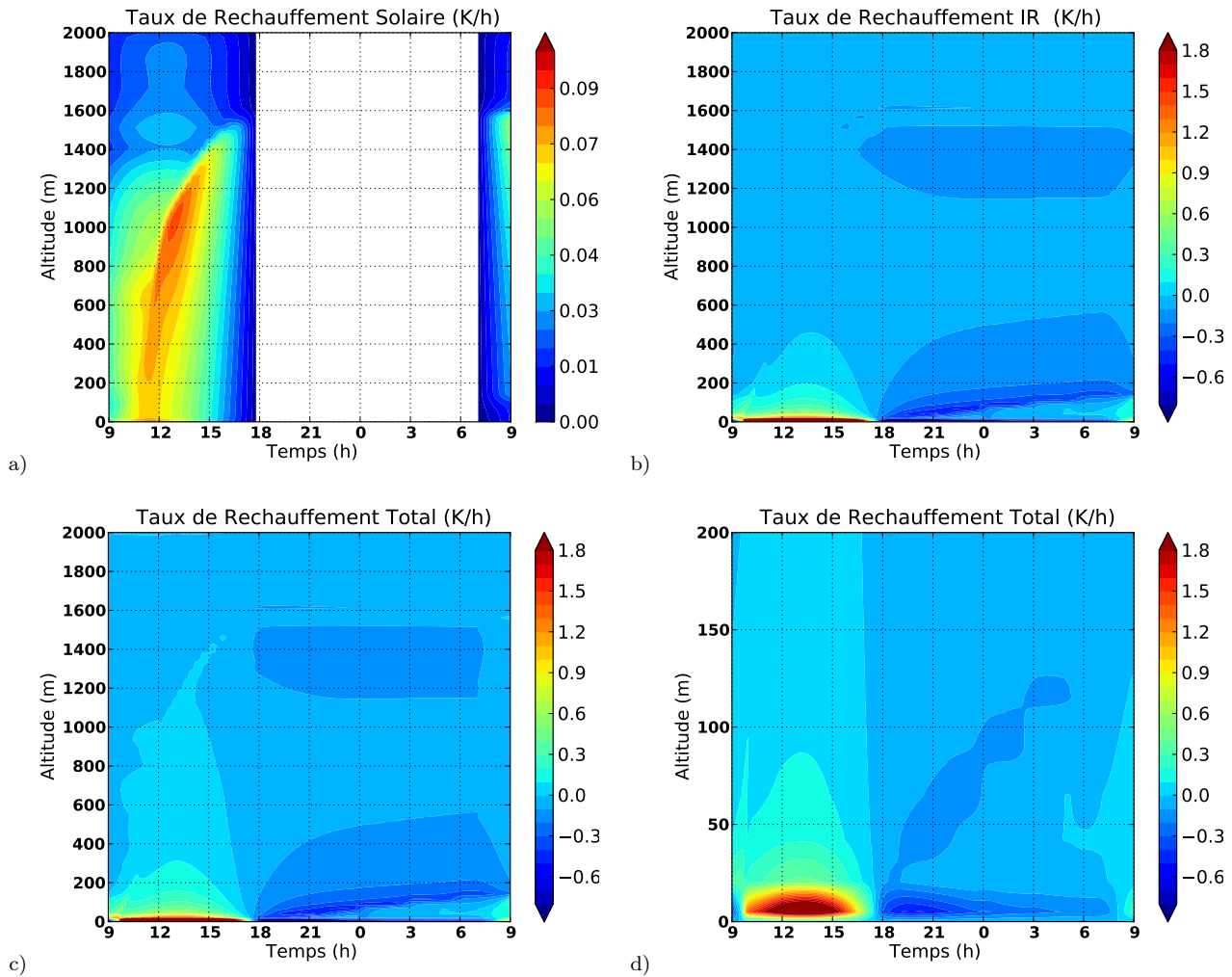


FIGURE 6.14 Évolutions temporelles (a) des forçages radiatifs solaires, (b) infrarouges, (c) totaux exprimés en taux de réchauffement (K/h) et (d) agrandissement du taux de réchauffement total dans la couche atmosphérique comprise entre 0 et 200m.

couche de mélange. Dans les premières couches près du sol, en journée, le rayonnement infrarouge produit un taux de réchauffement important qui s'ajoute au faible réchauffement solaire. La couche de mélange, jusqu'à 18h, se trouve alors réchauffée dans son ensemble. Au-delà de la hauteur de couche limite le refroidissement infrarouge est plus fort et provoque un refroidissement de l'atmosphère libre.

La nuit la composante solaire devient nulle et il ne reste que l'action du refroidissement infrarouge. Il est assez fort dans les 500 premiers mètres, pouvant atteindre

-1.7K/h au premier niveau (Fig. 6.14(d)). Il en résulte un gradient plus fort de température potentielle et une stabilité accrue pour cette couche, impactant directement le jet de basse couche.

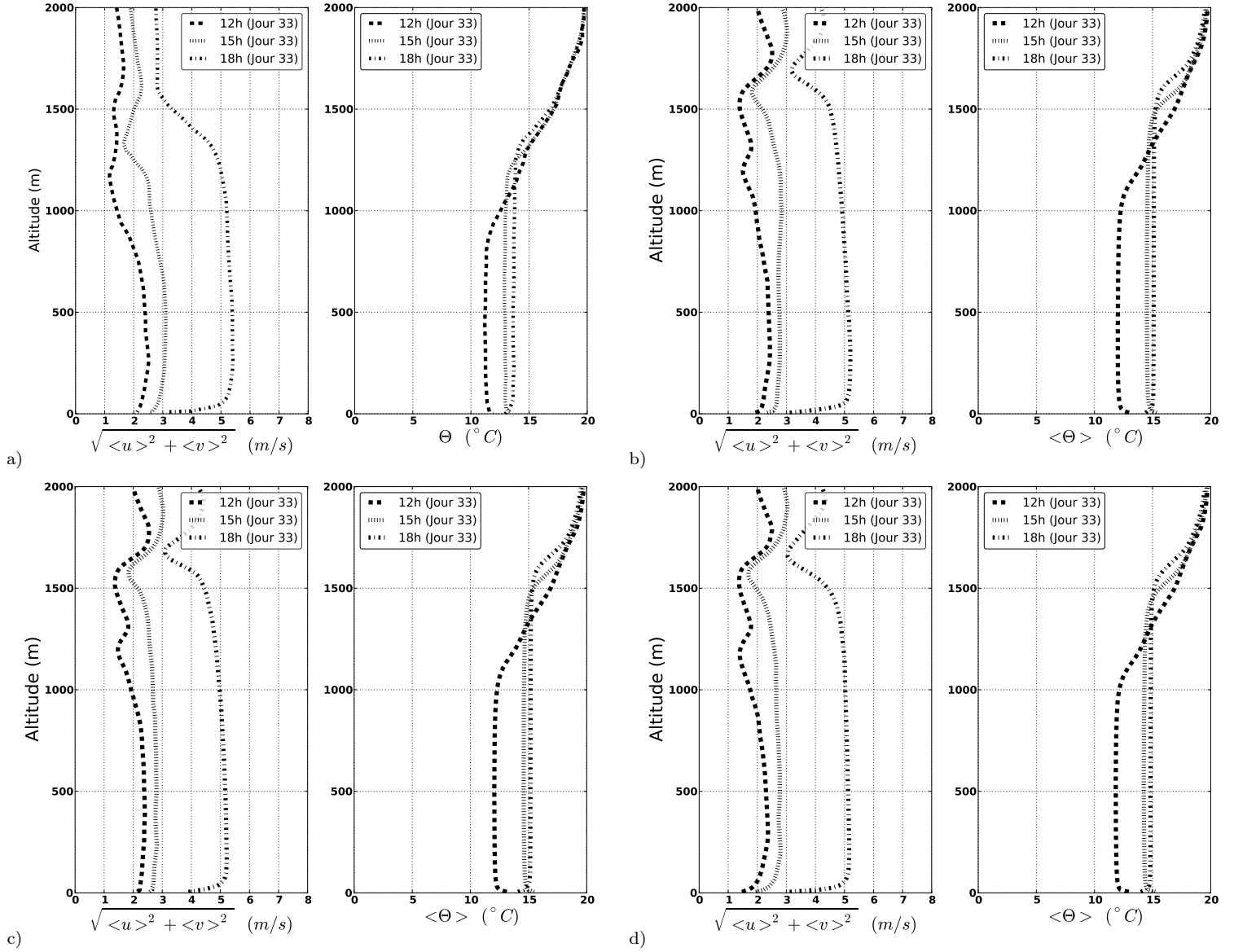


FIGURE 6.15 Profils moyens de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif, en fonction de l'altitude, le jour, à 12h, 15h et 18h. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly

Le forçage radiatif a peu d'action sur les pro ls de vitesse et de température poten-



tielle en journée du fait qu'il existe un équilibre entre le réchauffement et le refroidissement des couches. Nous remarquons sur la [figure 6.15](#) que le vent n'est que très peu affecté. Le profil de température potentielle admet une inversion de gradient plus en altitude que précédemment, simulant ainsi une hauteur de couche limite atmosphérique plus importante. De plus la température potentielle est très légèrement plus chaude dans la couche de mélange, de l'ordre de quelques dixièmes de Kelvin selon les modèles, mais dans l'ensemble les conditions n'ont pas radicalement changé, les profils respectant une évolution similaire aux mesures et au modèle LASDD. Comme vu précédemment, excepté dans les couches les plus proches du sol où le rayonnement infrarouge provoque un réchauffement local, au-dessus de 100m, le refroidissement infrarouge compense quasiment le réchauffement solaire d'où le peu d'action du rayonnement sur l'ensemble de la couche de mélange.

La nuit l'effet du forçage radiatif se fait beaucoup plus ressentir ([Fig. 6.16](#)). L'effet du soleil disparaissant la nuit, le refroidissement infrarouge est le seul à jouer un rôle dans les échanges radiatifs. On remarque un réchauffement léger du profil de température potentielle pour les trois modèles dans la couche résiduelle. Cette observation est corrélée à l'augmentation de  $\overline{\Theta}$  le jour dans la couche de mélange dont hérite la couche résiduelle la nuit. De plus, le rayonnement infrarouge refroidit les couches les plus proches du sol, annihilant la turbulence et augmente ainsi le gradient de  $\overline{\Theta}$  pour chaque modèle au-dessous de 300m. Le modèle Germano-Lilly parvient à reproduire quasi à l'identique le comportement de la température potentielle de [Basu et al., 2008](#) ([Fig. 6.16\(c\)](#)). Les deux autres modèles améliorent sensiblement la valeur de  $\overline{\Theta}$  au premier centre de maille mais restent, malgré tout, loin du modèle Germano-Lilly. Le modèle de Smagorinsky semble être le plus éloigné du cas LES de référence de [Basu et al., 2008](#).

Le module de vitesse du vent est lui aussi très impacté par le rayonnement. Le plus important est l'effet sur le jet de basse couche. Il apparaît clairement que tous les modèles réussissent dorénavant à modéliser un jet important. Plus la stabilité de la couche limite et le gradient de  $\overline{\Theta}$  sont importants, plus les couches les plus basses se désolidarisent les unes des autres, moins le frottement du sol se fait ressentir et plus le jet de basse couche semble être fort. Le modèle Germano-Lilly en plus de reproduire un gradient de température potentielle correct, réussit à reproduire un jet de basse couche important et ainsi se rapprocher de [Basu et al., 2008](#). Le modèle Wong-Lilly simule aussi un jet nocturne important, de vitesse moins importante que le précédent modèle et plus étendu sur la verticale. Le modèle non-dynamique de Smagorinsky n'est pas capable pour sa



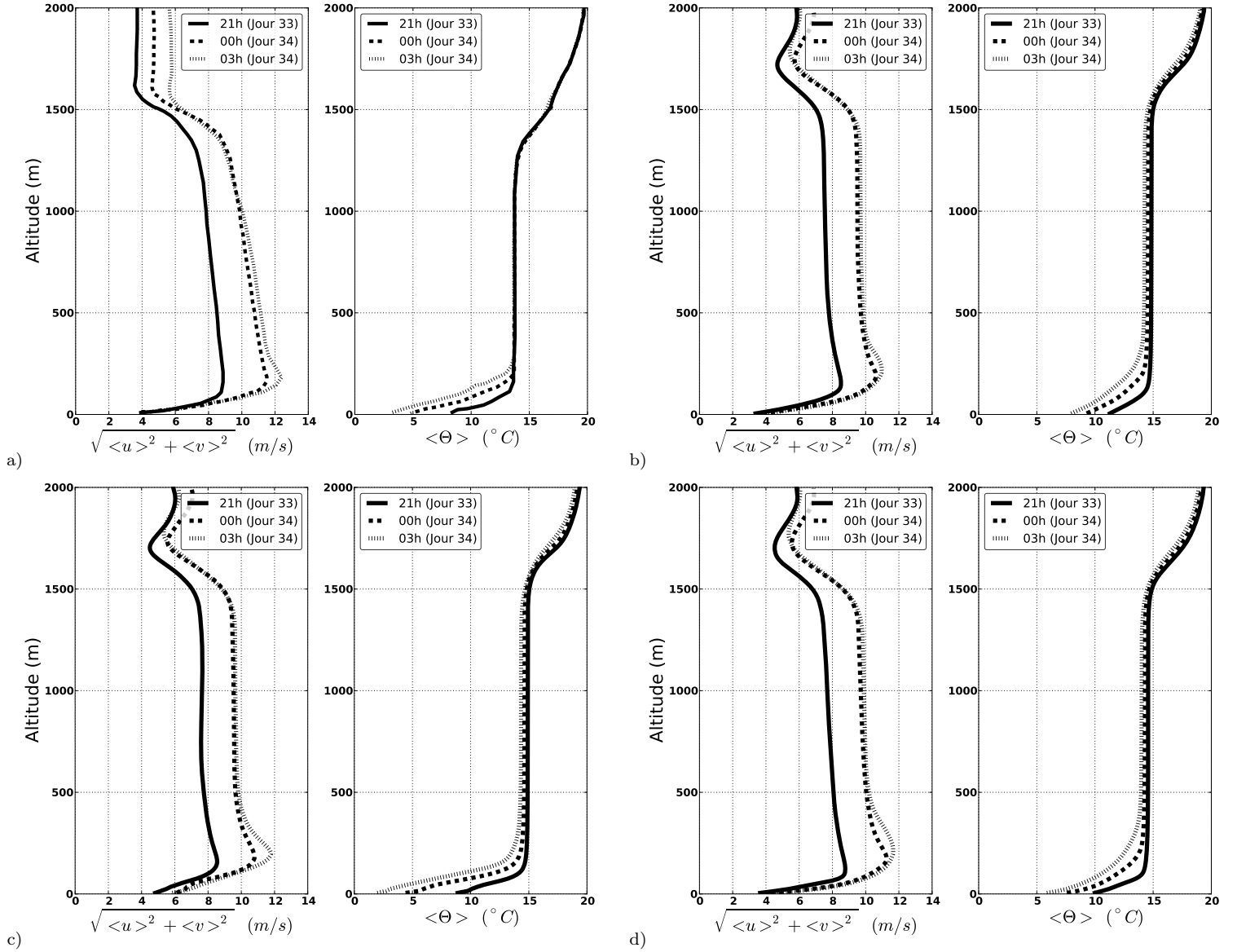


FIGURE 6.16 Profils moyens de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif, en fonction de l'altitude, la nuit, à 21h le jour 33, 00h le jour 34 et 03h le jour 34. Les résultats des modèles sous-maille de (a) [Basu et al., 2008] (LASDD), (b) Smagorinsky, (c) Germano-Lilly et (d) Wong-Lilly.

part de reproduire ni un jet su samment important ni un gradient de  $\bar{\Theta}$  assez stable. Le modèle de Smagorinsky ne possède aucune adaptation de sa constante de Smagorinsky  $C_s$ , le rendant bien trop di usif la nuit alors que les modèles dynamiques admettent un

coefficient variable  $C$  pouvant mieux s'adapter à la petite taille des structures turbulentes la nuit, en conditions stables.

Pour parfaire cette étude le cas Wangara a été reproduit dans les mêmes conditions, avec une fermeture RANS- $\epsilon$  (Fig. 6.17). Toujours à l'aide de Code\_Saturne nous avons réalisé un cas avec et un cas sans couplage radiatif. L'évolution des résultats est similaire à celle étudiée en LES. En l'absence de couplage radiatif et donc de refroidissement infrarouge dans la couche stable, il y a un réchauffement des 500 premiers mètres de l'atmosphère se traduisant par une turbulence accrue et donc un gradient plus faible de la température potentielle. Le jet de basse couche est alors fortement impacté puisqu'il disparaît totalement des profils. Le modèle  $\epsilon - \epsilon$  se révèle donc dépendant du modèle radiatif étant, comme la LES et de manière encore plus critique, incapable de produire un quelconque jet de basse couche sans refroidissement infrarouge. Les articles [Sarda and Mellor, 1975](#) [André et al., 1978] et [Musson-Genon, 1995] utilisent tout les trois des modèles RANS associés à un couplage radiatif et il serait intéressant d'avoir une estimation précise de l'influence du rayonnement sur leurs résultats la nuit.

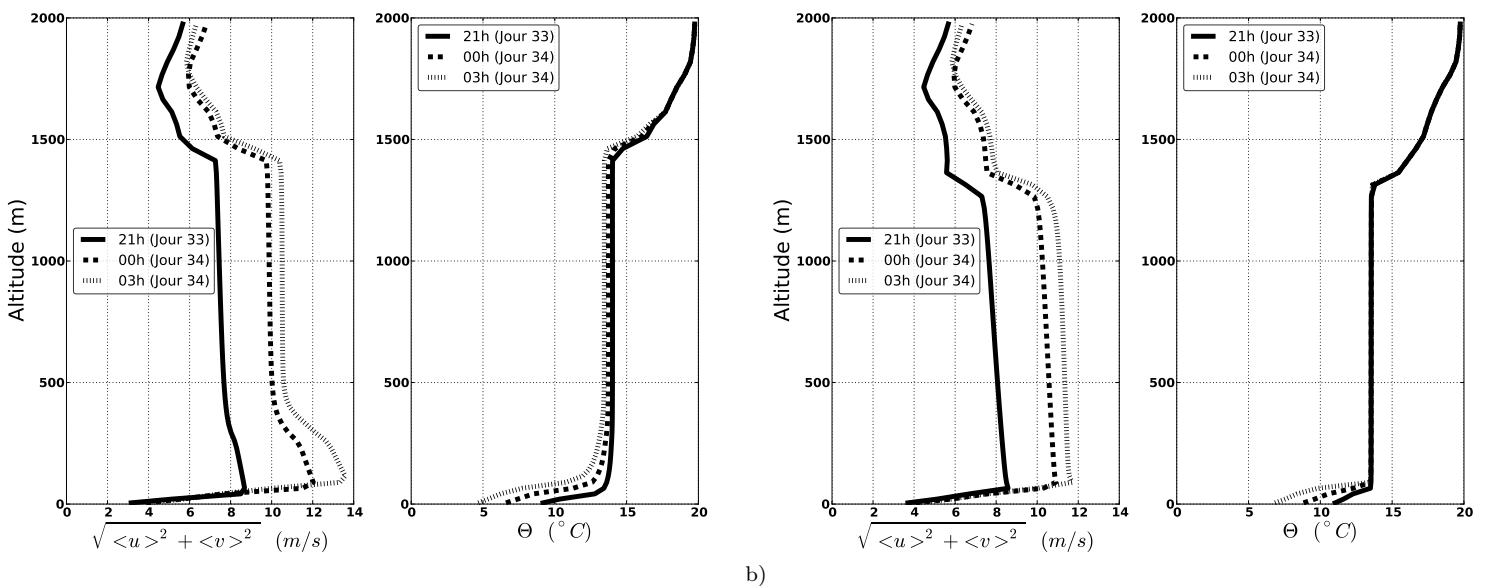


FIGURE 6.17 Résultats du cas Wangara avec le modèle RANS  $\epsilon - \epsilon$ . Profils de vitesse et de température potentielle, (a) avec couplage radiatif et (b) sans couplage radiatif, la nuit, à 21h le jour 33, 00h le jour 34 et 03h le jour 34.

Le forçage, ici, utilisé pour la LES, issu d'une modélisation RANS n'est pas corrélé à la dynamique de notre système. Les taux de réchauffement sont calculés à partir des

prols moyens de température potentielle issus de d'une simulation  $\epsilon$ . Ainsi les taux estimés par le modèle radiatif couplé au RANS ne sont pas rigoureusement adaptés aux prols de température potentielle en LES. Les schémas radiatifs sont très sensibles aux gradients près du sol que nous avons vu être très différents entre les simulations RANS et les différents modèles sous-maille de la LES. Il y a donc une incohérence entre le terme source utilisé issu du RANS  $\epsilon$  et les conditions atmosphériques simulées par la LES. L'étape suivante est donc de ne plus faire seulement appel à un forçage radiatif mais à un couplage entre un modèle radiatif et notre LES afin de tenter d'améliorer nos résultats de simulation LES.

### 6.6.2 Couplage Radiatif

Après l'analyse de l'apport du forçage radiatif sur nos simulations LES, en particulier la nuit en conditions stables, nous modélisons un couplage radiatif. Le schéma radiatif 1D utilisé est celui évoqué au début de la section précédente et déjà testé avec succès sur un cas RANS  $\epsilon$ . Pour plus de précisions concernant le schéma radiatif concernant le flux radiatif infrarouge, nous allons le décrire plus en détail. Concernant l'infrarouge, le modèle utilisé est celui issu de Sasamori, 1963] intégrant l'équation du transfert radiatif à l'aide de l'approximation d'émissivité, à la différence près que l'on considère l'émissivité du sol  $\epsilon_g$  [Musson-Genon, 1987; André et al., 1978] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} = (1 - \epsilon_g) & \left[ B_{rad}(0) - \int_0^\infty B_{rad}(z') \frac{A_{rad}(0, z')}{\partial z'} dz' \right] \frac{A_{rad}(0, z)}{\partial z} \\ & + \int_0^z \frac{A_{rad}(z, z')}{\partial z'} \frac{\partial B_{rad}}{\partial z'} dz' + \int_z^{zt} \frac{A_{rad}(z, z')}{\partial z'} \frac{\partial B_{rad}}{\partial z'} dz' \\ & - \frac{A_{rad}(z, \infty)}{\partial z} B_{rad}(zt) \end{aligned} \quad (6.6.2)$$

Où  $A_{rad}(z)$  représente l'absorption totale, fonction de l'absorption des gaz atmosphériques et  $B_{rad}(z)$  représente l'émission d'un corps noir à la température  $T(z)$ .

Concernant le solaire, le modèle utilisé est similaire au schéma produit par Francis and Hansen, 1974] prenant en compte deux bandes spectrales  $0.2\mu m$  à  $0.7\mu m$  où l'absorption de l'ozone et la diffusion de Rayleigh sont prépondérantes et  $0.7\mu m$  à  $4.0\mu m$  où l'absorption de la vapeur d'eau est la plus importante. Rappelons que la diffusion des couches adjacentes est aussi considérée.

Le module humid atmosphere de Code\_Saturne sera utilisé pour ce cas pour tenir compte de l'humidité, donc de la vapeur d'eau et d'hypothétiques nuages. Ce module

prend en considération, en plus des vitesses  $u, v$  et  $w$ , non plus la température potentielle mais la température potentielle liquide  $\Theta_l$  en Kelvin, le contenu en eau totale  $q_w$  en  $kg/kg$  et le nombre de gouttelette  $N_c$  en  $cm^{-3}$ .  $\Theta_l$  contrairement à la température potentielle prend en compte le contenu en eau liquide  $q_l$  ( $kg/kg$ ) et la chaleur latente  $L$  :

$$\Theta_l = \Theta \left( 1 - \frac{L}{C_p T} q_l \right) \quad (6.6.3)$$

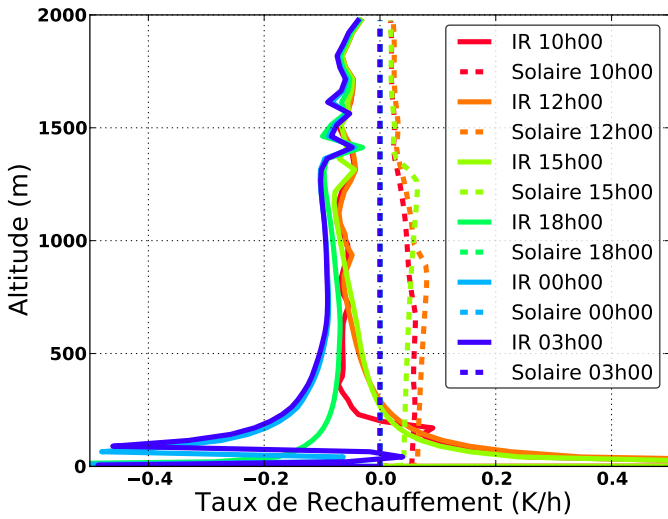
$q_w$  correspondant à la teneur en eau totale est constituée de la somme de la teneur en eau liquide  $q_l$  et de la teneur en vapeur d'eau  $q_v$  :

$$q_w = q_v + q_l \quad (6.6.4)$$

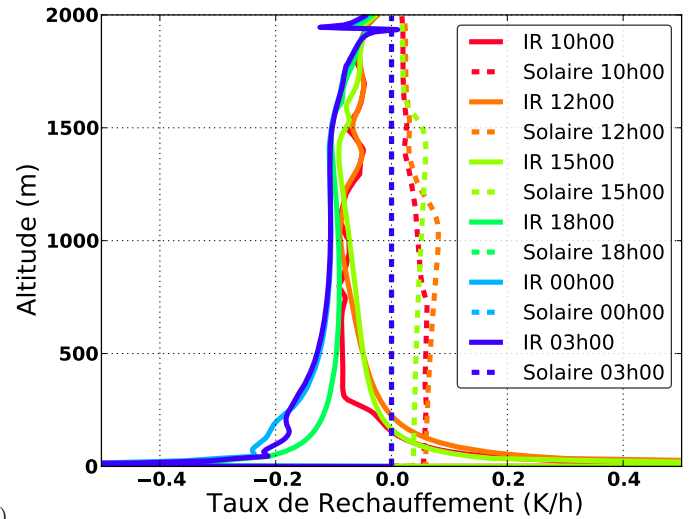
Pour l'expérience Wangara, en ciel clair le contenu en eau liquide sera nul ainsi que le nombre de gouttelettes.  $\Theta_l$  et  $q_w$  seront donc respectivement égaux à  $\Theta$  et  $q_v$ . Les équations d'évolution de ces deux scalaires seront :

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{\Theta j} - \frac{1}{\bar{\rho} C_p \bar{T}} \frac{\partial F_{net}}{\partial z} \quad (6.6.5)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_v}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{q_v j} \quad (6.6.6)$$



a)



b)

FIGURE 6.18 Évolution temporelle des taux de réchauffement infrarouge et solaire pour (a) la modélisation RANS ( $e - \epsilon$ ) et (b) la modélisation LES du cas Wangara.

Avec les tenseurs sous-maille :

$$\tau_{\Theta_j} = -\frac{\nu_t}{Pr} \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad (6.6.7)$$

$$\tau_{qv,j} = -\frac{\nu_t}{Pr} \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial x_j} \quad (6.6.8)$$

Les taux de réchauffement sont calculés à l'aide des profils de température potentielle, d'humidité et de masse volumique, moyennés horizontalement à chaque pas de temps. Ainsi il y a une correspondance directe entre les conditions simulées par LES et les taux de refroidissement estimés par le modèle de rayonnement. Il s'agit donc bien d'un couplage radiatif et non plus d'un simple forçage radiatif, comme précédemment.

Les taux de réchauffement et les profils moyens :

Les taux de réchauffement provenant des simulations RANS en  $\epsilon$  et LES utilisant un modèle de Smagorinsky considérant le couplage radiatif sont en journée quasi similaires (Fig. 6.18). Pour la simulation RANS, le taux de refroidissement infrarouge compense bien en journée le réchauffement solaire permettant d'avoir dans la couche de mélange un réchauffement presque nul. Le couplage du schéma radiatif avec la LES produit un refroidissement infrarouge plus important provoquant ainsi un refroidissement de la couche limite au-dessus de 350m dont nous verrons l'effet sur les profils moyens de température potentielle. Le maximum de réchauffement infrarouge près du sol au premier centre de maille est plus important pour le RANS ( $\approx 3.72 \text{ K/h}$ ) que pour la LES ( $\approx 3.09 \text{ K/h}$ ). La nuit les taux de refroidissement infrarouge comportent plus de nuances entre le RANS et la LES. Premièrement sur le modèle  $\epsilon$ , il est observé un pic positif de réchauffement en-dessous de 100m qui n'est pas présent en LES. Il a pour origine le gradient moins lisse de  $\bar{\Theta}$  près de la surface du fait, déjà, de la résolution verticale moins importante du modèle RANS. Nous avons vu préalablement l'importance du taux de réchauffement sur le gradient de température potentielle et donc sur le jet de basse couche. Du fait que le taux de refroidissement est plus important pour la LES, un jet de basse couche de vitesse plus grande est donc attendu. Deuxièmement, au premier centre de maille, à 5m, le taux de refroidissement LES est bien plus fort ( $-1.65 \text{ K/h}$ ) que pour le RANS ( $-0.81 \text{ K/h}$ ) ce qui renforce l'idée que  $\Theta$  sera plus froid près du sol. Au-delà de 500m les taux évoluent de manière comparable mais avec un refroidissement qui semble légèrement plus important pour la LES.

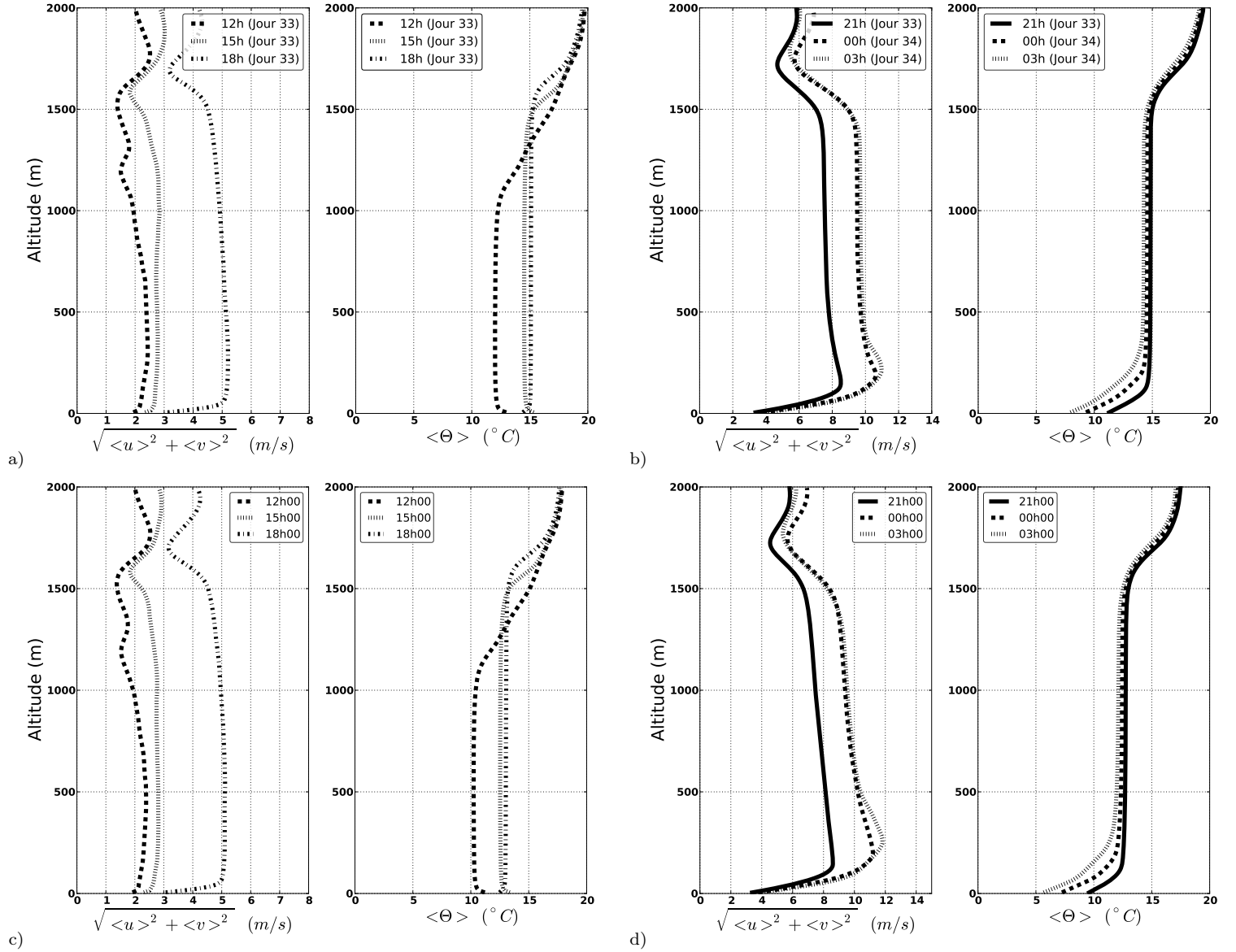


FIGURE 6.19 Profils de vitesse et de température potentielle, avec forçage radiatif et un modèle sous-maille du type Smagorinsky, en fonction de l'altitude, (a) le jour et (b) la nuit. De même, avec cette fois un couplage radiatif, (c) le jour et (d) la nuit.

Si on confronte les résultats du forçage radiatif, issus de la modélisation RANS, avec ceux du couplage radiatif il est évident que le schéma radiatif couplé améliore la simulation LES faite avec un modèle sous-maille du type Smagorinsky (Fig 6.19). La journée le vent est identique pour les deux tests. Cependant pour la température

potentielle il apparaît, comme prévu un réchauffement global de toute la couche limite. L'évolution en fonction de l'altitude et du temps est la même mais avec une température plus faible de environ deux degrés. L'étude des taux de réchauffement avait permis d'anticiper ces observations le jour.

La nuit le constat est le même avec une couche limite bien plus froide dans son ensemble en LES. La température potentielle est déjà plus faible pendant la journée, le refroidissement infrarouge continuant à être plus important avec le couplage en LES il n'est pas étonnant d'observer, la nuit, une couche limite encore plus froide. De plus, le taux de refroidissement est plus fort près du sol que dans les couches supérieures. Il en résulte un gradient plus fort de  $\Theta$  dans la couche stable. La stabilité est donc plus importante avec le couplage que le forçage. Comme expliqué précédemment, ceci a pour influence d'augmenter sensiblement le jet de basse couche. Il est à noter que le jet à 3h est à une altitude plus élevée. Si on regarde le profil de  $\Theta$ , la courbure entre la couche stable et la couche résiduelle est plus importante pour le forçage que pour le couplage. On passe donc d'un fort gradient à un gradient nul plus rapidement et plus bas dans le cas du forçage que dans le cas du couplage. Ceci explique que l'effet du sol disparaît plus haut pour le couplage et ainsi produit un jet de basse couche à altitude plus importante.

[Basu et al., 2008] En ne tenant pas compte du rayonnement, s'agit d'un processus physique qui se révèle primordial pour reproduire convenablement le cas Wangara. De plus, il paraît imparfait de modéliser des écoulements atmosphériques, stables nocturnes, sans considérer l'influence du rayonnement. Nous avons démontré que le couplage radiatif améliore fortement nos résultats. La nuit notamment, le gradient de température potentielle près du sol se trouve être renforcé et la vitesse maximale du jet de basse couche augmentée. L'effet du rayonnement radiatif tend à améliorer notre simulation par rapport aux mesures expérimentales. La section suivante nous amènera à mesurer l'impact de différents paramètres sur les résultats de nos simulations.

#### L'évolution temporelle des champs moyens :

La comparaison des évolutions temporelles des champs moyens souligne le bon comportement de Code\_Saturne couplé au modèle de rayonnement radiatif avec un modèle de Smagorinsky. Les deux composantes  $\overline{u} >$  et  $< \overline{v} >$  de la vitesse évoluent de manière similaire aux mesures et se trouvent être quasi identiques avec les résultats de [Basu et al., 2008] (Fig. 6.20). Concernant  $< \overline{v} >$ , peu de différences sont visibles, si